**Лекция 2**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ТЕХНИЧЕСКОЙ** **ДИАГНОСТИКЕ**

* 1. **Основные понятия**

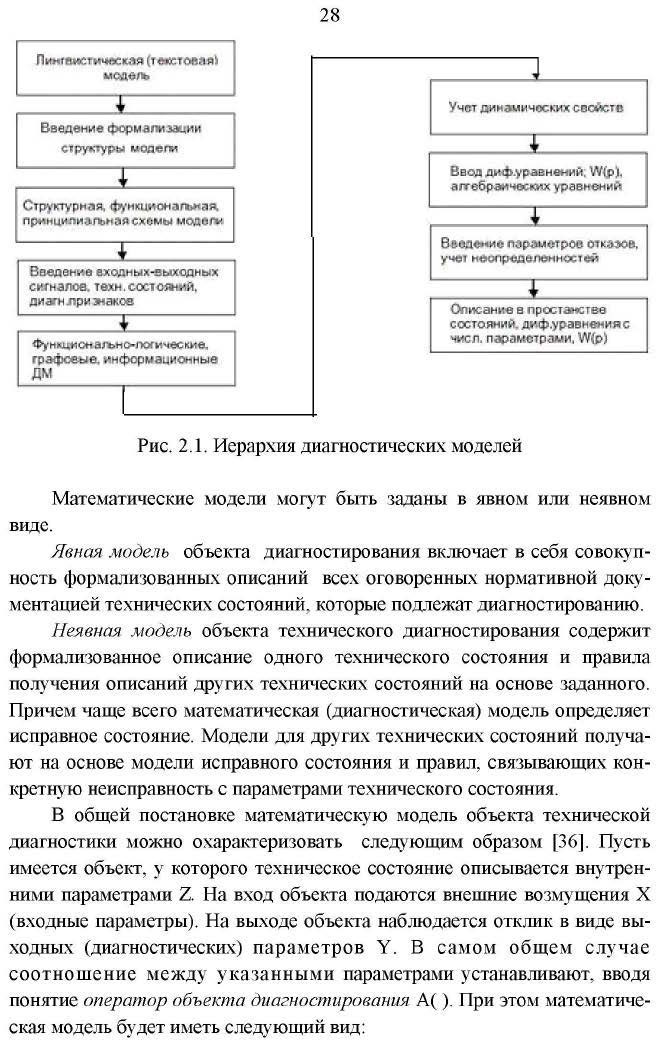
Решение задач технической диагностики требует анализа множества состояний, в которых объекты могут находиться в период эксплуатации, классификации этих состояний, выбора диагностических параметров и признаков, установления связи между конкретными значениями диагно­ стических параметров (признаков) и конкретным техническим состоянием объекта, разработки решающего правила и алгоритма постановки диагноза. Решать эти задачи можно двумя путями: экспериментально или теоре­ тически. Экспериментальный путь наиболее достоверен, поскольку в ре­ альных условиях эксплуатации оценивается связь между диагностическими параметрами (признаками) и параметрами технического состояния. Следует отметить, что чисто экспериментальный путь решения задач диагностики невозможен.

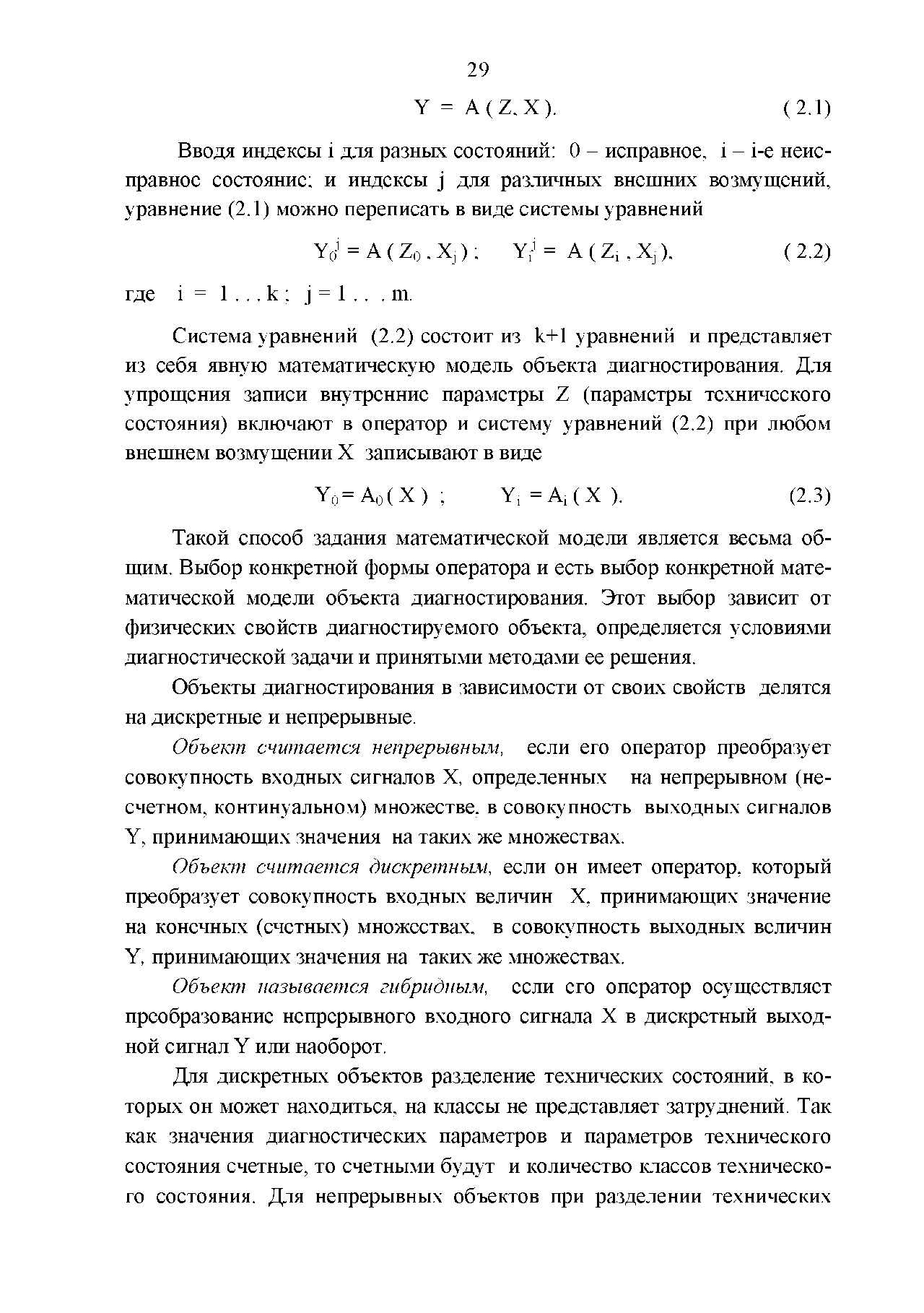
Для решения указанных проблем теоретическим путем необходимо иметь *формализованное описание* связи между параметрами технического состояния и диагностическими параметрами или признаками, то есть не­ обходимо разрабатывать *математические (диагностические) модели* ди­ агностируемых объектов.

Отличие диагностических моделей от обычных математических мо­ делей объектов, которые отражают номинальный режим функционирования, состоит в том, что диагностическая модель описывает существенные свойства режимов функционирования объектов при наличии различных отказов.

В работе [35]предложена иерархия диагностических моделей (рис 2.1). Из схемы видно, что диагностические модели могут быть различной сложности: от простых описательных до математических моделей высокого уровня.

В технической диагностике формализованное описание (математиче­ ская или диагностическая модель) объекта чаще всего задается: -в анали­ тической форме (в виде дифференциальных или алгебраических уравнений); -в табличной форме (в виде таблицы состояний); -в графической форме (в виде графов причинно-следственных связей); -в виде словесного описания или логических соотношений и т.д.[6,9,10,11,12,15,18,22,23,24,25,26,28,30].



29

Y=A(Z,X). (2.1)

Вводя индексы i для разных состояний:0 - исправное,i - i-e неис­ правное состояние; и индексы j для различных внешних возмущений, уравнение(2.1)можнопереписатьввидесистемы уравнений

YoJ=А(Z0,Xj);YJ=A(Zi,Xj), (2.2)

где i=l. . .k;j=1...m.

Системауравнений(2.2)состоитизk+1уравненийипредставляет из себя явную математическую модель объекта диагностирования. Для упрощения записи внутренние параметры Z (параметры технического состояния) включают в оператор и систему уравнений (2.2) при любом внешнем возмущении Xзаписывают в виде

Y0=Ao(X);Yi=Ai(X). (2.3)

Такойспособзаданияматематическоймоделиявляетсявесьмаоб­ щим. Выбор конкретной формы оператора и есть выбор конкретной мате­ матической модели объекта диагностирования. Этот выбор зависит от физических свойств диагностируемого объекта, определяется условиями диагностическойзадачиипринятымиметодамиеерешения.

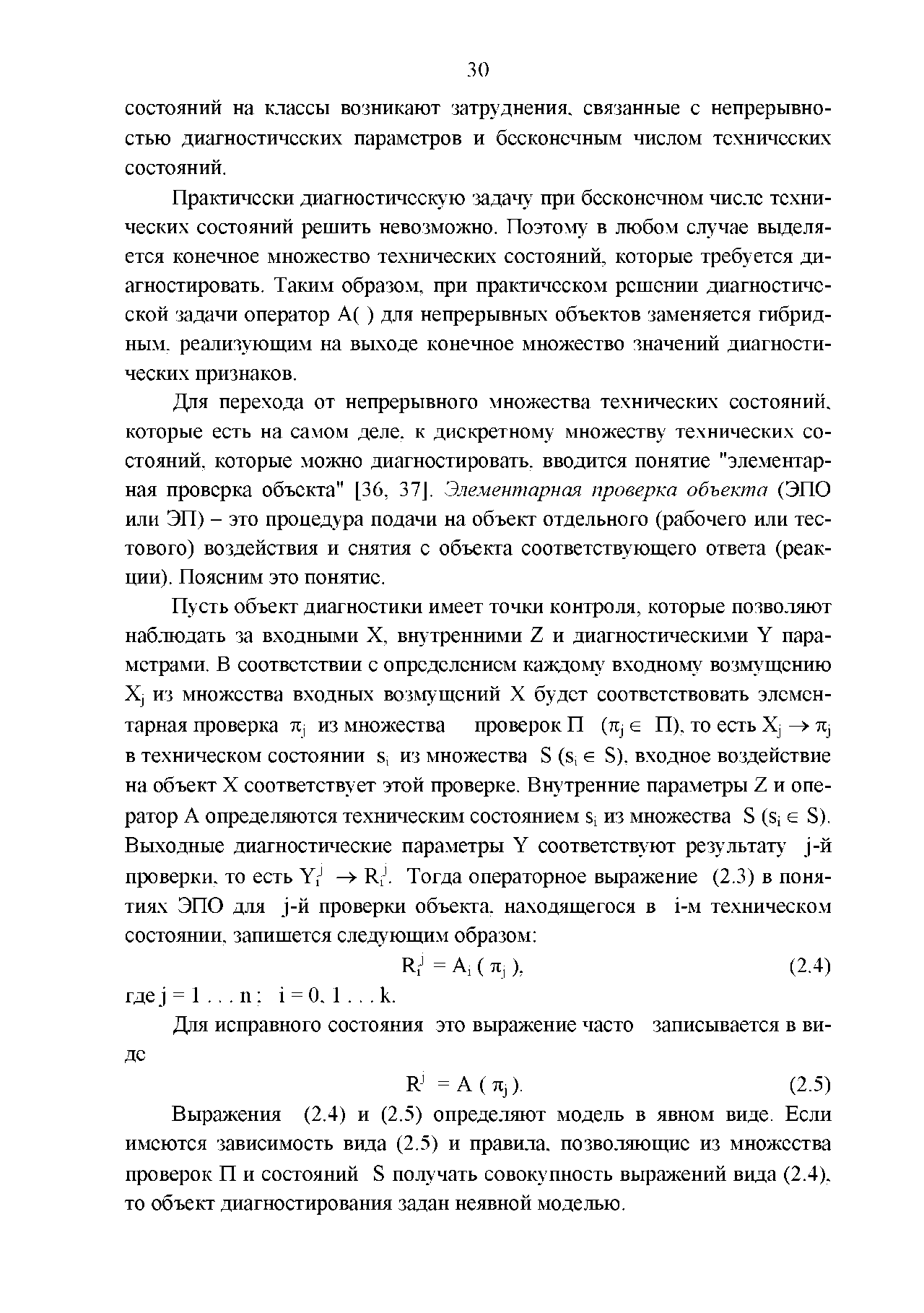
Объектыдиагностированиявзависимостиотсвоихсвойствделятся на дискретные и непрерывные.

*Объект считается непрерывным,*если его оператор преобразует совокупность входных сигналов X, определенныхна непрерывном (не­ счетном,континуальном)множестве,всовокупностьвыходныхсигналов Y,принимающих значенияна таких жемножествах.

*Объект считается дискретным,* если он имеет оператор, который преобразуетсовокупностьвходныхвеличинX,принимающихзначениенаконечных(счетных)множествах,всовокупностьвыходныхвеличинY,принимающих значения натаких жемножествах.

*Объект называется гибридным,*если его оператор осуществляет преобразованиенепрерывноговходногосигналаXвдискретныйвыход­ ной сигнал Y или наоборот.

Для дискретных объектов разделение технических состояний, в ко­торыхонможетнаходиться,наклассынепредставляетзатруднений.Так как значения диагностических параметров и параметров технического состояниясчетные,тосчетнымибудутиколичествоклассовтехническо­ госостояния.Длянепрерывныхобъектовприразделениитехнических

30

состоянийнаклассывозникаютзатруднения,связанныеснепрерывно­ стью диагностических параметров и бесконечным числом технических состояний.

Практически диагностическую задачу при бесконечном числе техни­ ческихсостоянийрешитьневозможно.Поэтомувлюбомслучаевыделя­ ется конечное множество технических состояний, которые требуется ди­ агностировать.Такимобразом,припрактическом решениидиагностиче­ ской задачи оператор А () для непрерывных объектов заменяется гибрид­ным, реализующим на выходе конечное множество значений диагности­ ческих признаков.

Для перехода от непрерывного множества технических состояний, которые есть на самом деле, к дискретному множеству технических со­ стояний,которыеможнодиагностировать,вводитсяпонятие"элементар­ наяпроверкаобъекта"[36,37].*Элементарнаяпроверкаобъекта*(ЭПО или ЭП) -это процедура подачи на объект отдельного (рабочего или тес­ тового)воздействияиснятиясобъектасоответствующегоответа(реак­ ции). Поясним это понятие.

Пусть объект диагностики имеет точки контроля, которые позволяют наблюдать за входными X, внутренними Z и диагностическими Y пара­ метрами.Всоответствиисопределениемкаждомувходномувозмущению Xj из множества входных возмущений X будет соответствовать элемен­тарнаяпроверка*щ*измножествапроверокП*(п)*еП),тоестьXj—>7ij втехническомсостоянииs,измножестваS (s,еS),входноевоздействие на объект X соответствует этой проверке. Внутренние параметры Z и опе­ ратор А определяются техническим состоянием s, из множестваS (s, еS). Выходные диагностические параметры Y соответствуют результатуj-й проверки,тоестьY> R,1.Тогдаоператорноевыражение(2.3)впоня­ тиях ЭПО дляj-й проверки объекта, находящегося вi-м техническом состоянии, запишется следующим образом:

[RJ=Ai](#_bookmark3)*[(щ](#_bookmark3)*[), (2.4)](#_bookmark3)

гдеj=1...и;i=0,1...к.

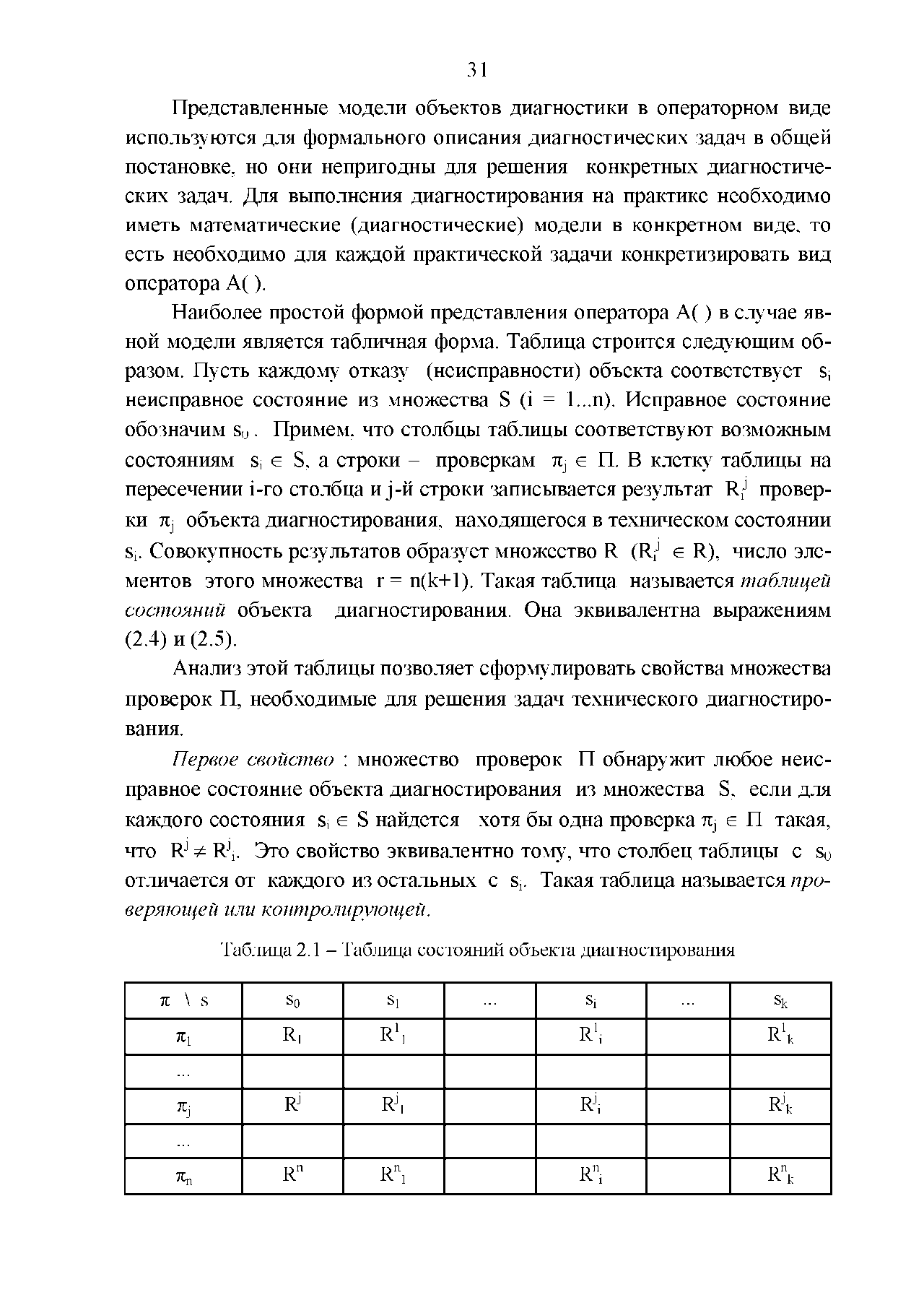
Дляисправногосостоянияэтовыражениечастозаписываетсявви­

де

RJ—А(7ij). (2.5)

Выражения(2.4)и(2.5)определяютмодельвявномвиде.Если

имеются зависимость вида (2.5) и правила, позволяющие из множества проверокПисостоянийSполучатьсовокупностьвыраженийвида(2.4), тообъект диагностирования задан неявной моделью.

31

Представленные модели объектов диагностики в операторном виде используются для формального описания диагностических задач в общей постановке,ноонинепригодныдлярешенияконкретныхдиагностиче­ ских задач.Для выполнения диагностирования на практике необходимоиметьматематические(диагностические)моделивконкретномвиде,то есть необходимо для каждой практической задачи конкретизировать вид оператора А ().

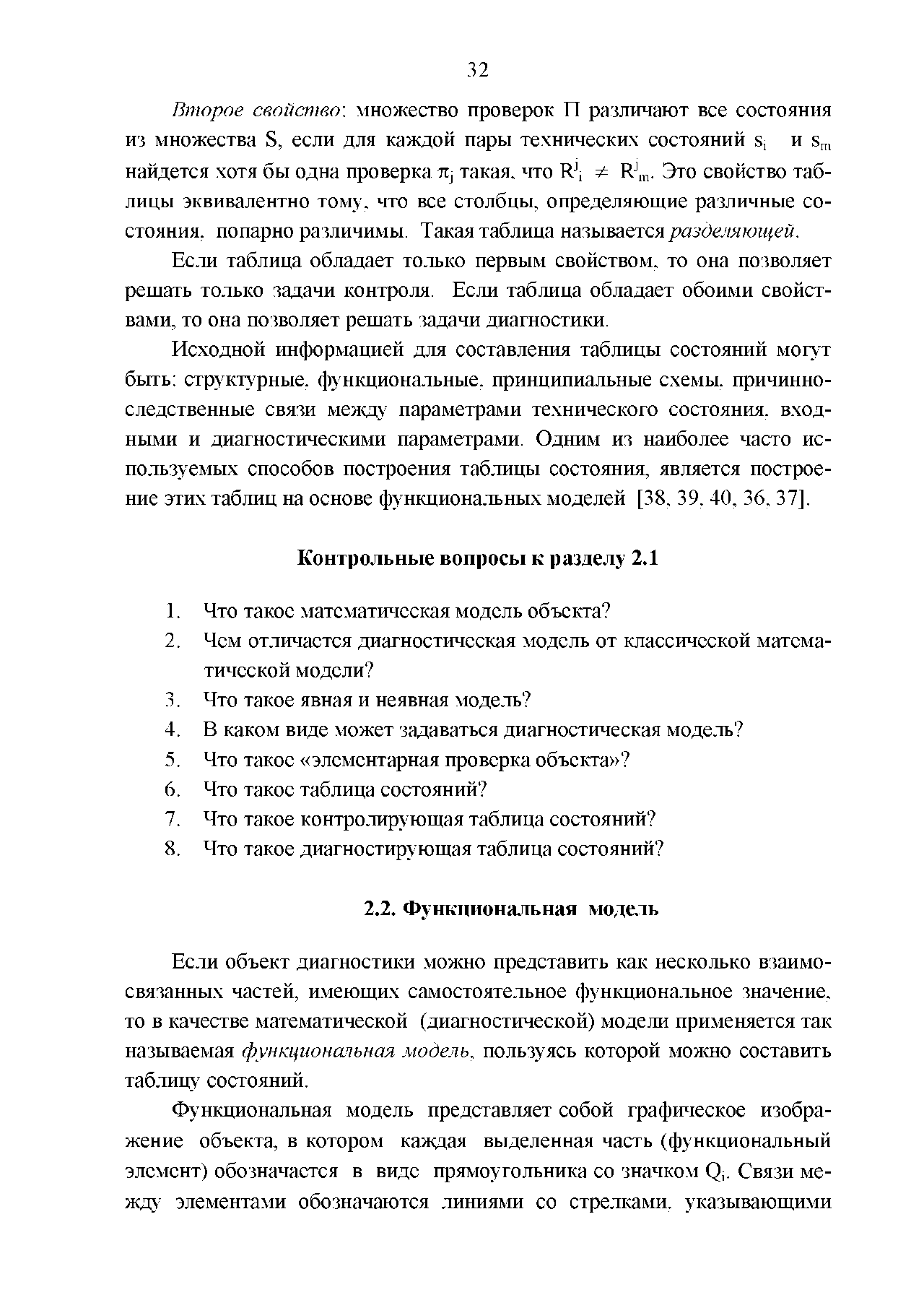
Наиболеепростойформой представления оператора А () в случае яв­ ной модели является табличная форма. Таблица строится следующим об­ разом. Пусть каждому отказу(неисправности) объекта соответствуетst неисправное состояние из множества S (i = l...n). Исправное состояние обозначим So.Примем, что столбцы таблицы соответствуют возможным состояниямSi £ S, а строки -проверкам7ij е П. В клетку таблицы на пересеченииi-roстолбцаиj-йстрокизаписываетсярезультатR,-1 провер­ ки7ijобъекта диагностирования,находящегосявтехническомсостоянии s,. Совокупность результатов образует множество R(R,1 е R),число эле­ ментовэтого множестваг = n(k+l). Такая таблицаназывается *таблицей состояний*объектадиагностирования.Онаэквивалентнавыражениям (2.4) и (2.5).

Анализ этой таблицы позволяет сформулировать свойства множества проверок П, необходимые для решения задач технического диагностиро­ вания.

*Первое свойство :* множествопроверокП обнаружит любое неис­ правное состояние объекта диагностированияиз множестваS,если для каждогосостоянияSi еS найдетсяхотябыоднапроверка *щ*еПтакая, чтоRJД R1,.Это свойство эквивалентно тому, что столбец таблицысSo отличается откаждого из остальныхсsP Такая таблица называется *про­ веряющей или контролирующей.*

Таблица2.1-Таблицасостоянийобъектадиагностирования

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *Ж\*S | So | Sl | Sl | Sk |
| *Щ* | Ri | R1! | R‘l | R‘k |
| *Ж}* | RJ | RJi | RJi | R\ |
| Яп | Rn | Rni | Rni | Rnk |

32

*Второесвойство*:множествопроверокПразличаютвсесостояния из множества S, если для каждой пары технических состояний stи sm найдется хотя бы одна проверка *щ* такая, чтоRJ*ф*RJm. Это свойство таб­ лицы эквивалентно тому, что все столбцы, определяющие различные со­ стояния,попарноразличимы.Такаятаблицаназывается *разделяющей.*

Если таблица обладает только первым свойством, то она позволяет решатьтолькозадачиконтроля.Еслитаблица обладаетобоимисвойст­ вами, тоона позволяет решать задачи диагностики.

Исходной информацией для составления таблицы состояний могутбыть: структурные, функциональные, принципиальные схемы, причинно- следственныесвязимеждупараметрамитехническогосостояния,вход­ ными и диагностическими параметрами. Одним из наиболее часто ис­ пользуемыхспособовпостроениятаблицысостояния,являетсяпострое­ ниеэтих таблицна основефункциональных моделей[38,39,40,36,37].

**Контрольныевопросыкразделу2.1**

1. Чтотакоематематическаямодельобъекта?
2. Чемотличаетсядиагностическаямодельотклассическойматема­ тической модели?
3. Чтотакоеявнаяинеявнаямодель?
4. Вкакомвидеможетзадаватьсядиагностическаямодель?
5. Чтотакое«элементарнаяпроверкаобъекта»?

6.Чтотакоетаблицасостояний?

7. Чтотакоеконтролирующаятаблицасостояний?

8.Чтотакоедиагностирующаятаблицасостояний?

* 1. **Функциональнаямодель**

Если объект диагностики можно представить как несколько взаимо­ связанныхчастей,имеющихсамостоятельноефункциональноезначение, то в качестве математической(диагностической) модели применяется так называемая *функциональная модель*, пользуясь которой можно составить таблицу состояний.

Функциональнаямодельпредставляет собойграфическоеизобра­ жениеобъекта, в которомкаждаявыделенная часть (функциональный элемент)обозначаетсяввидепрямоугольника созначкомQ,.Связиме­ ждуэлементамиобозначаютсялиниямисострелками,указывающими

33

направлениепрохождениясигнала.Каждойэлементможетиметьне­ скольковходов xj, нотолькоодинвыходу! (рис.2.2).

\*1 „

*ъ* >

- г

Qi *Ъ*

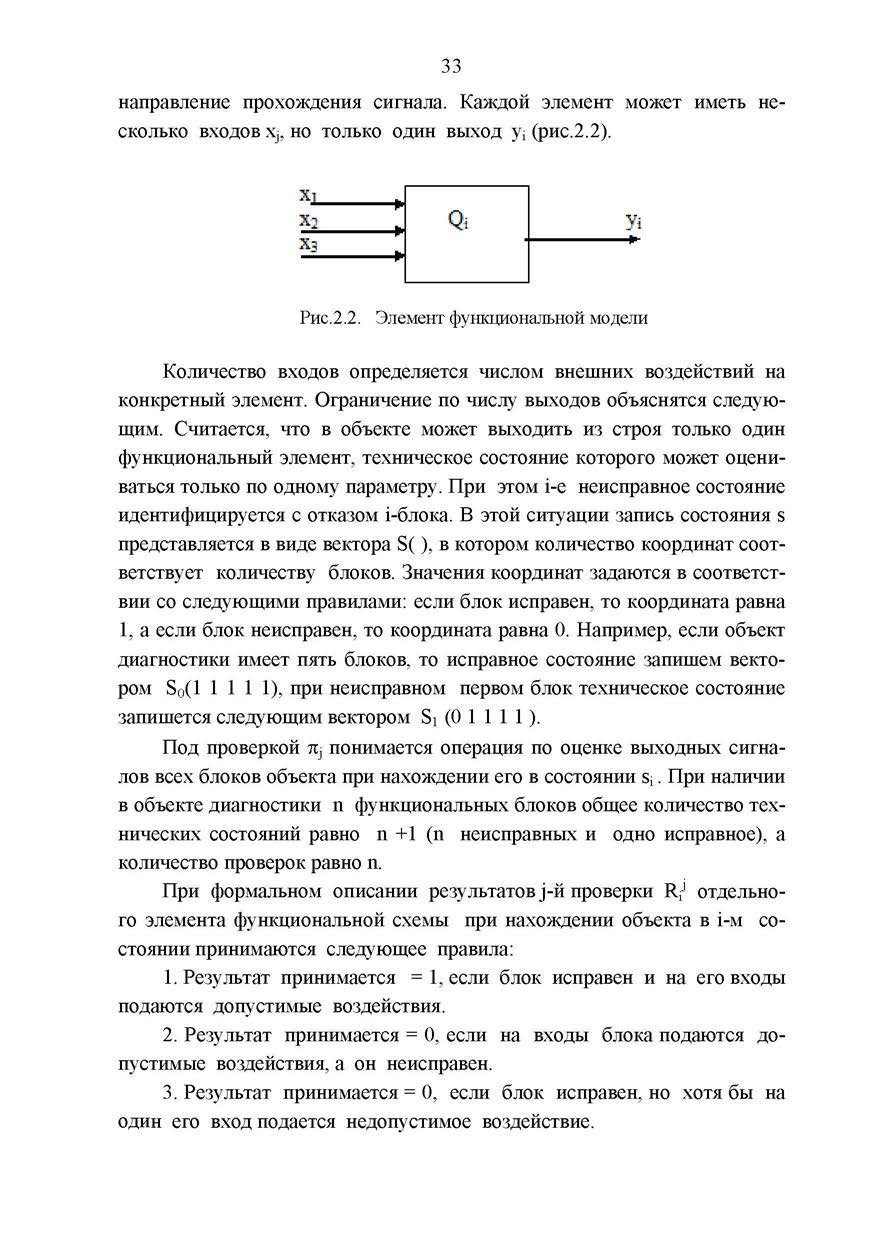


Рис.2.2.Элементфункциональноймодели

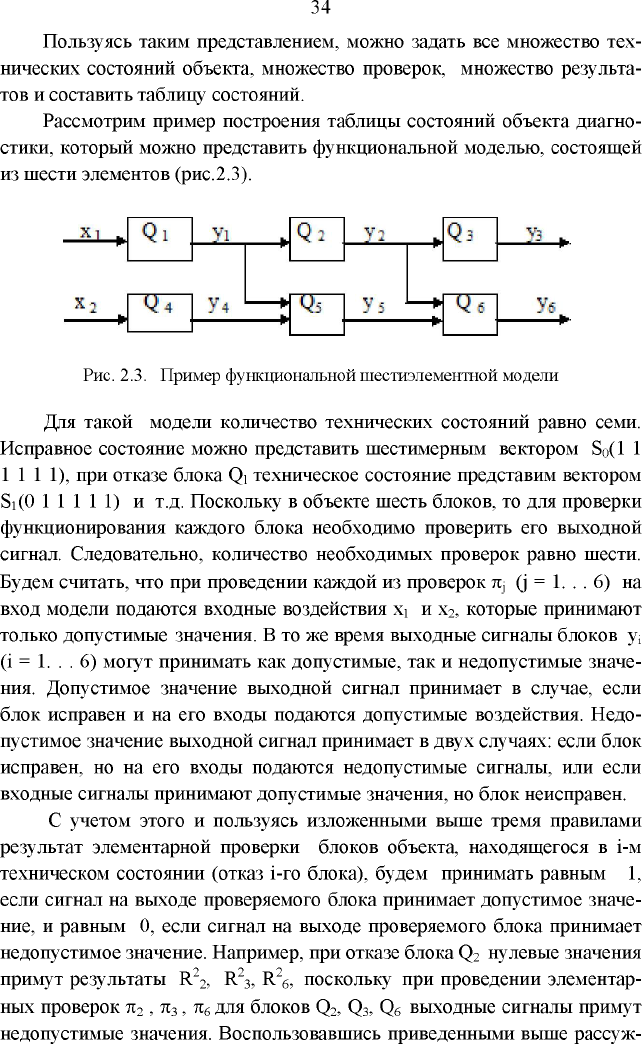
Количество входов определяется числом внешних воздействий на конкретный элемент. Ограничение по числу выходов объяснятся следую­щим. Считается, что в объекте может выходить из строя только один функциональный элемент, техническое состояние которого может оцени­ ваться только по одному параметру. Приэтом i-eнеисправное состояние идентифицируется с отказом i-блока. В этой ситуации запись состояния s представляется в виде вектора S(), в котором количество координат соот­ ветствуетколичествублоков.Значениякоординатзадаются всоответст­ виисоследующимиправилами:еслиблокисправен,токоординатаравна 1, а если блок неисправен, то координата равна 0. Например, если объект диагностикиимеетпятьблоков,тоисправноесостояниезапишемвекто­ ромS0(l1111),принеисправномпервомблоктехническоесостояние

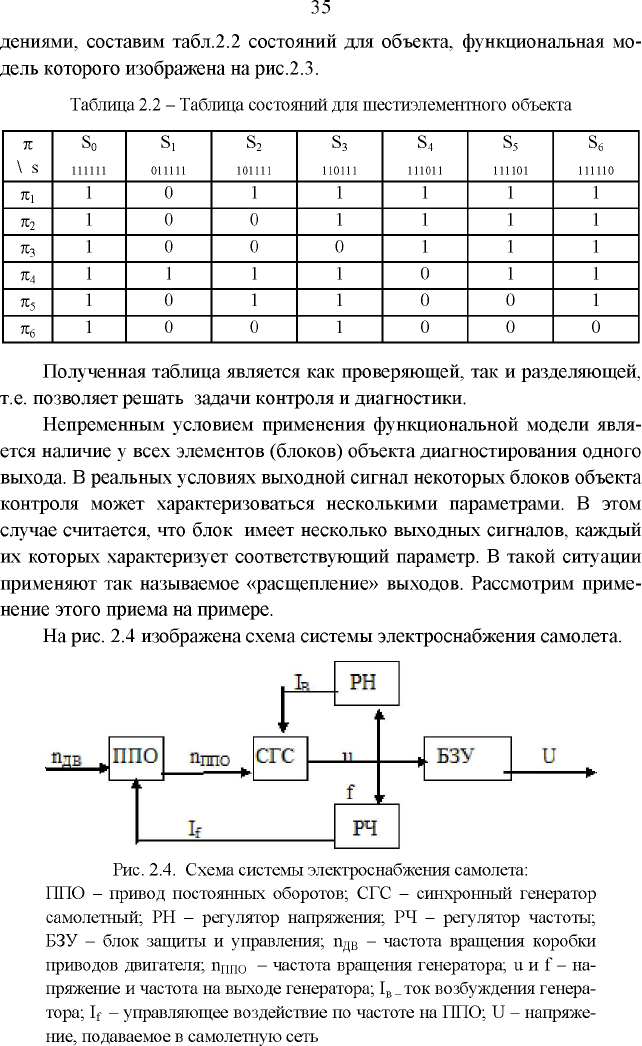
запишетсяследующимвекторомSi(01111).

Подпроверкой7ij понимаетсяоперацияпооценкевыходныхсигна­ ловвсехблоковобъектапринахожденииеговсостоянииSi. Приналичии в объекте диагностикиифункциональных блоков общее количество тех­ нических состояний равнои +1 (инеисправных иодно исправное), а количество проверок равно п.

Приформальномописаниирезультатов j-йпроверкиR,1отдельно­ го элемента функциональной схемыпри нахождении объекта в i-мсо­ стоянии принимаютсяследующееправила:

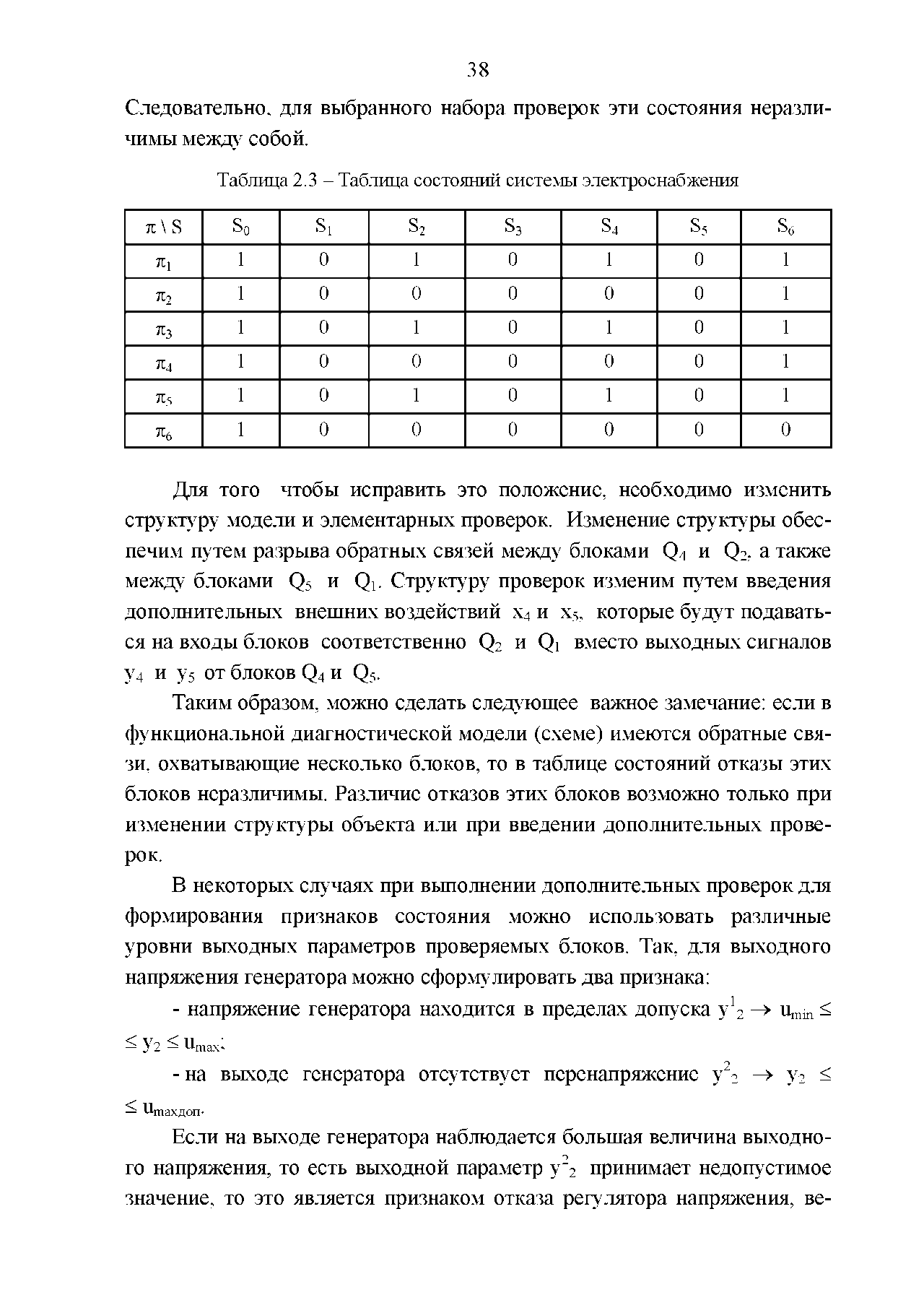
1. Результатпринимается=1, еслиблокисправенинаеговходы подаютсядопустимыевоздействия.
2. Результатпринимается=0,еслинавходыблокаподаютсядо­ пустимыевоздействия, аоннеисправен.
3. Результатпринимается=0,еслиблокисправен,нохотябына одинеговходподаетсянедопустимоевоздействие.









38

Следовательно,длявыбранногонаборапроверокэтисостояниянеразли­ чимы между собой.

Таблица2.3-Таблицасостоянийсистемыэлектроснабжения

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 71\S | So | Sl | s2 | S3 | S4 | S5 | S6 |
| *щ* | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| *ж2* | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| *щ* | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
|  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 7Г5 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| *Ч* | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Для тогочтобы исправить это положение, необходимо изменить структуру модели и элементарных проверок.Изменение структуры обес­ печим путем разрыва обратных связей между блокамиQ4иQ2, а также между блокамиQ5иQi. Структуру проверок изменим путем введения дополнительныхвнешнихвоздействийх4 их5,которыебудутподавать­ сянавходыблоковсоответственноQ2иQiвместовыходныхсигналов у4иу5от блоков Q4 иQ5.

Таким образом, можно сделать следующееважное замечание: если в функциональнойдиагностическоймодели(схеме)имеютсяобратныесвя­ зи, охватывающие несколько блоков, то в таблице состояний отказы этих блоков неразличимы. Различие отказов этих блоков возможно только при измененииструктурыобъектаилипривведениидополнительныхпрове­ рок.

В некоторых случаях при выполнении дополнительных проверок для формированияпризнаковсостоянияможноиспользоватьразличныеуровни выходных параметров проверяемых блоков. Так, для выходного напряжениягенератора можносформулироватьдвапризнака:

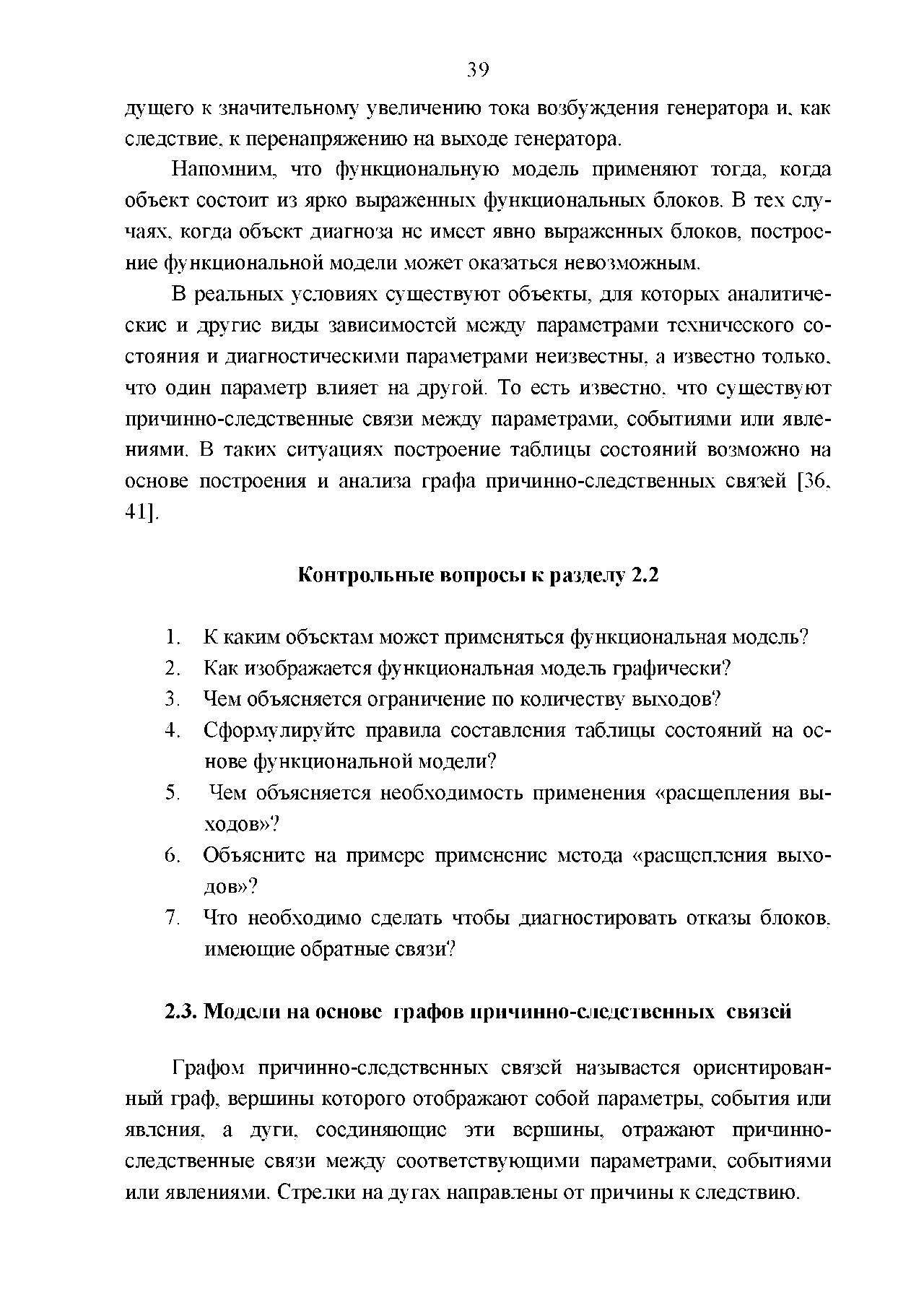
* напряжениегенераторанаходитсявпределахдопускау\*2—>umm<

<у2<umax;

* навыходегенератораотсутствуетперенапряжениеу22—»у2<

—Отахдоп\*

Еслинавыходегенераторанаблюдаетсябольшаявеличинавыходно­ го напряжения, то есть выходной параметр у22принимает недопустимое значение,тоэтоявляетсяпризнакомотказарегуляторанапряжения,ве­

39

дущегокзначительномуувеличениютокавозбуждениягенератораи,как следствие,к перенапряжениюна выходегенератора.

Напомним,чтофункциональнуюмодельприменяюттогда,когда объект состоит из ярковыраженных функциональных блоков.В тех слу­чаях,когдаобъектдиагнозанеимеетявновыраженныхблоков,построе­ ниефункциональноймоделиможет оказатьсяневозможным.

В реальных условияхсуществуют объекты,длякоторыханалитиче­ ские и другие виды зависимостей между параметрами технического со­ стоянияидиагностическимипараметраминеизвестны,аизвестнотолько, что один параметр влияет на другой. То есть известно, что существуют причинно-следственные связи между параметрами, событиями или явле­ ниями.В таких ситуациях построение таблицы состояний возможнона основепостроенияианализаграфапричинно-следственныхсвязей[36,41].

**Контрольныевопросыкразделу2.2**

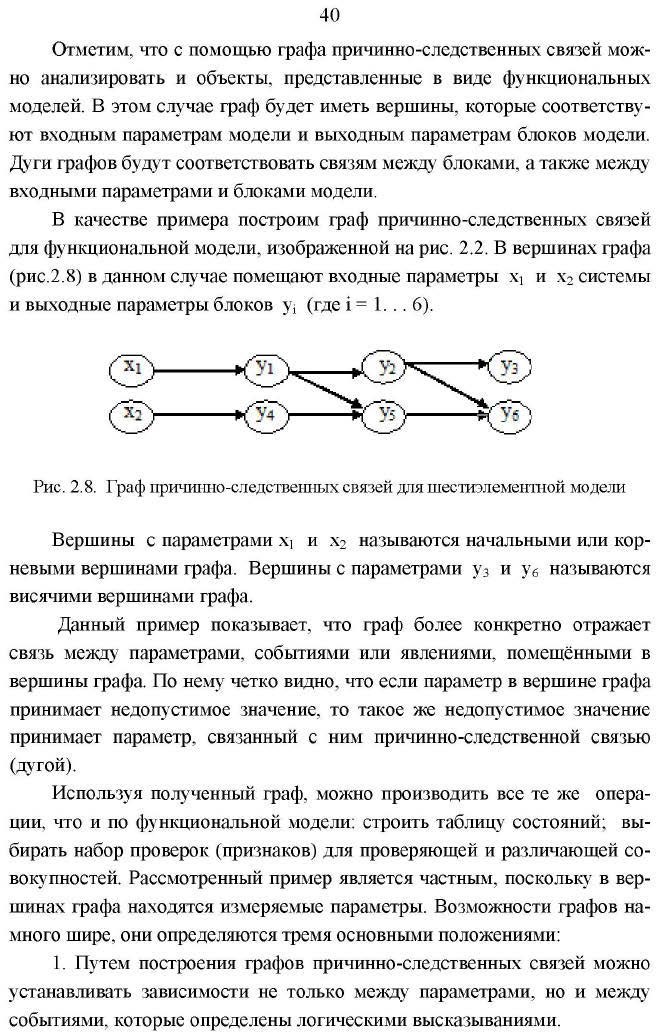
1. Ккакимобъектамможетприменятьсяфункциональнаямодель?
2. Какизображаетсяфункциональнаямодельграфически?
3. Чемобъясняетсяограничениепоколичествувыходов?
4. Сформулируйтеправиласоставлениятаблицысостоянийнаос­нове функциональной модели?
5. Чемобъясняетсянеобходимостьприменения«расщеплениявы­ходов»?

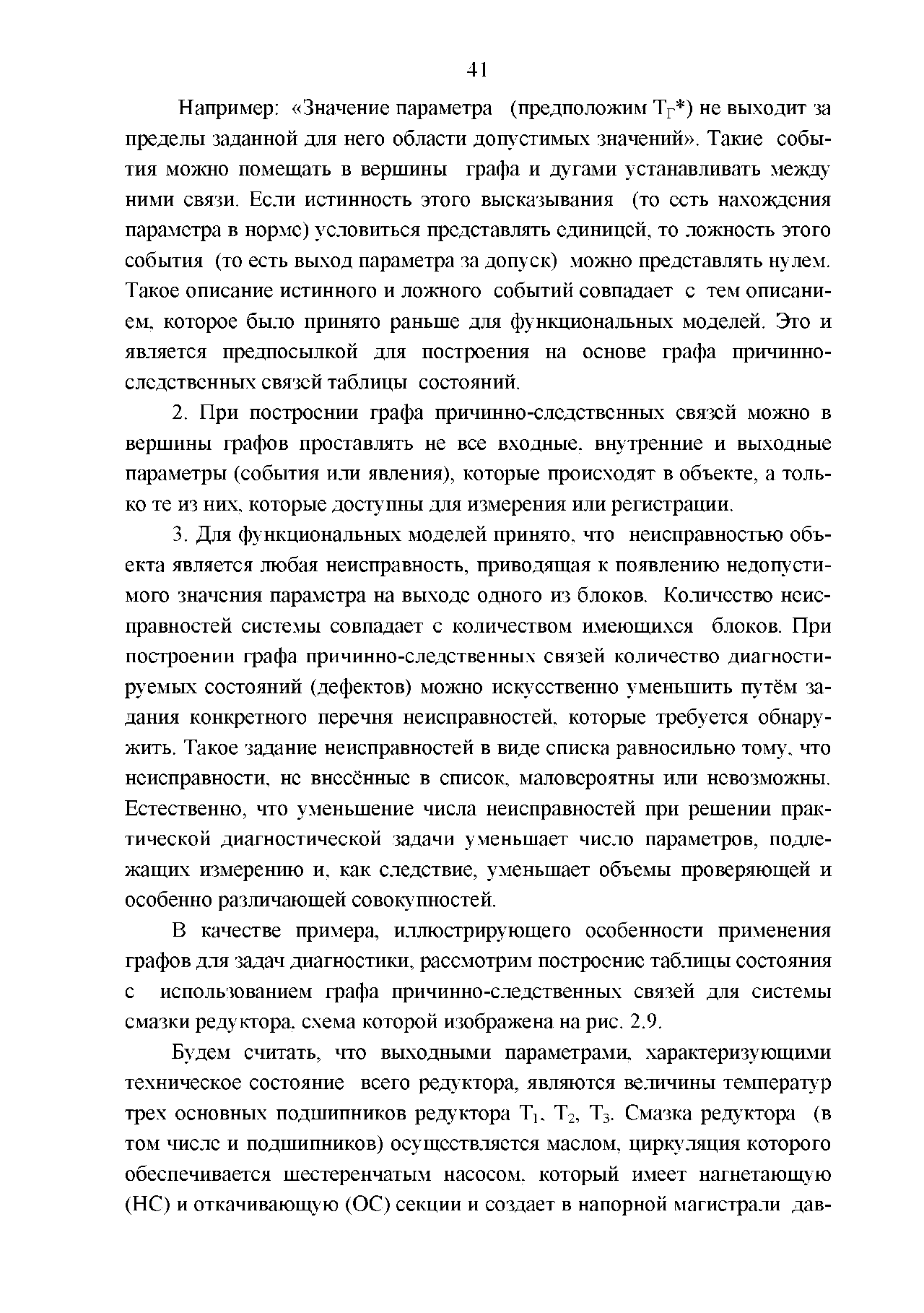
6.Объяснитенапримереприменениеметода«расщеплениявыхо­дов»?

7. Чтонеобходимосделатьчтобыдиагностироватьотказыблоков,имеющие обратные связи?

* 1. **Моделинаосновеграфовпричинно-следственныхсвязей**

Графомпричинно-следственныхсвязейназываетсяориентирован­ный граф, вершины которого отображают собой параметры, события или явления, а дуги, соединяющие эти вершины, отражают причинно- следственныесвязимеждусоответствующимипараметрами,событиямиилиявлениями.Стрелкина дугахнаправленыотпричиныкследствию.



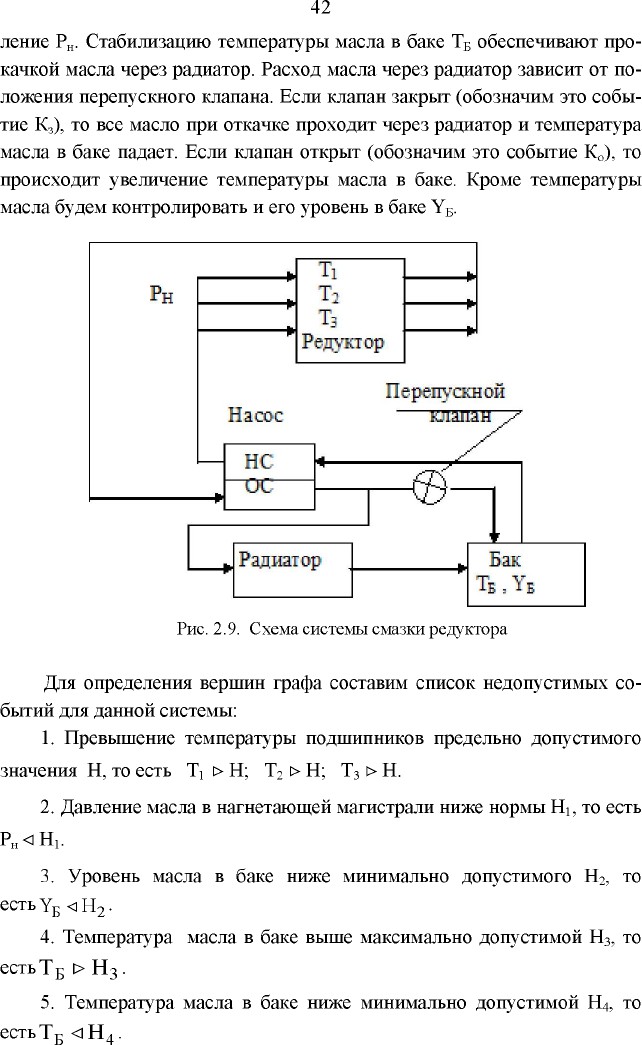
41

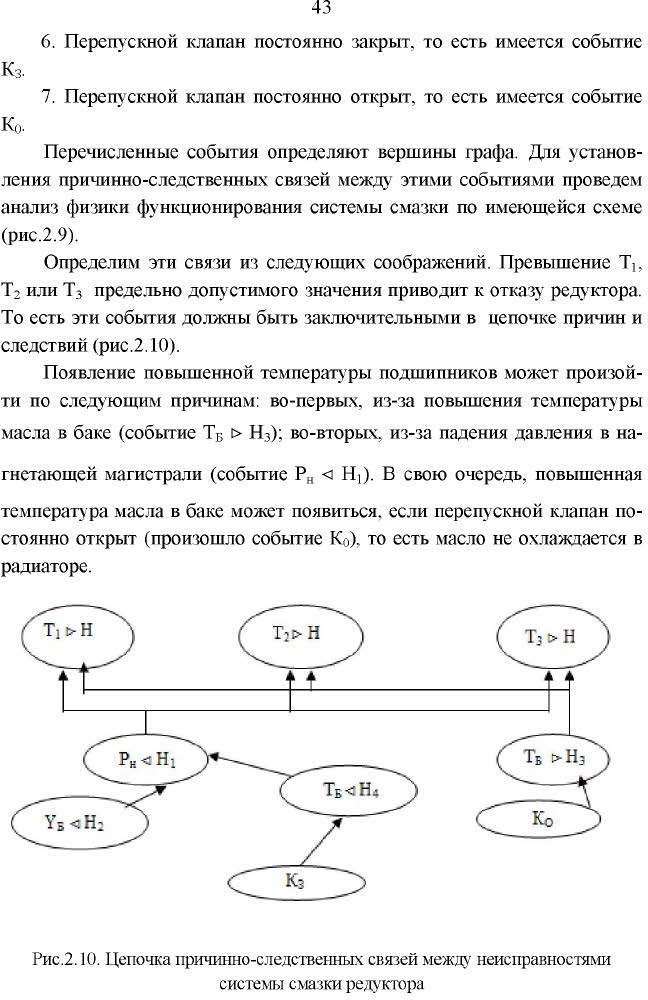
Например:«Значение параметра(предположим Тг\*) не выходит за пределызаданнойдлянегообластидопустимыхзначений».Такиесобы­ тияможнопомещатьввершиныграфаидугамиустанавливатьмежду ними связи. Если истинность этого высказывания(то есть нахождения параметра в норме) условиться представлять единицей, то ложность этого события(то есть выход параметра за допуск)можно представлять нулем. Такоеописаниеистинногоиложногособытийсовпадаетстемописани­ ем, которое было принято раньше для функциональных моделей. Эго и является предпосылкой для построения на основе графа причинно- следственных связей таблицысостояний.

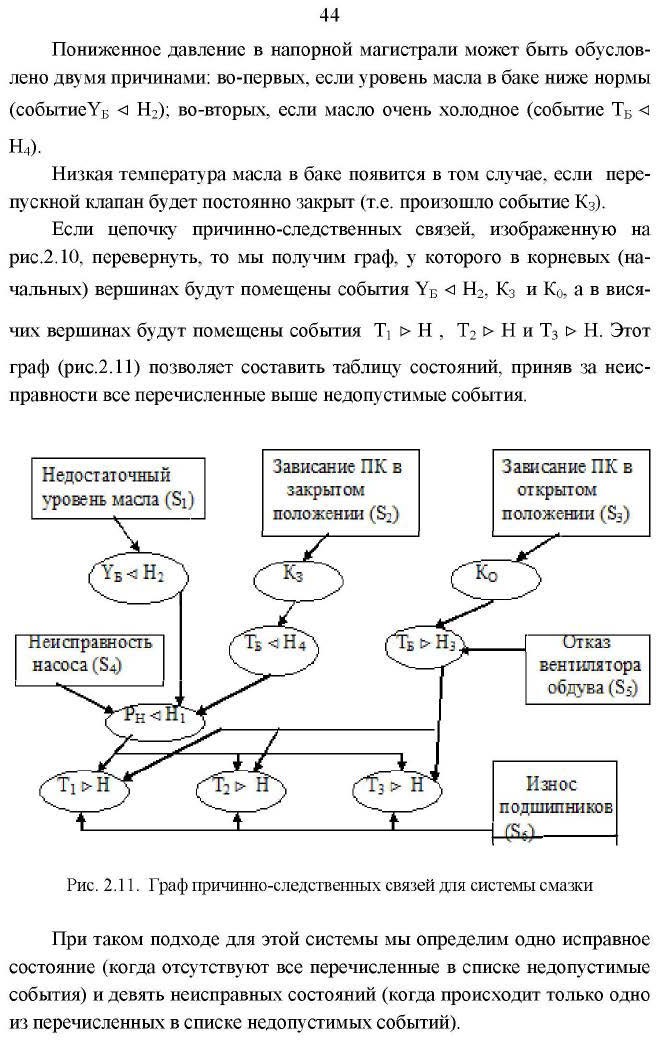
1. При построении графа причинно-следственных связей можно в вершины графов проставлять не все входные, внутренние и выходные параметры(событияилиявления),которыепроисходятвобъекте,атоль­ котеизних,которыедоступныдляизмеренияили регистрации.
2. Для функциональных моделей принято, чтонеисправностью объ­екта является любая неисправность, приводящая к появлению недопусти­мого значения параметра на выходе одного из блоков.Количество неис­ правностей системы совпадает с количеством имеющихсяблоков. При построении графа причинно-следственных связей количество диагности­ руемых состояний (дефектов) можно искусственно уменьшить путём за­данияконкретногоперечнянеисправностей,которыетребуетсяобнару­ жить. Такое задание неисправностей в виде списка равносильно тому, что неисправности, не внесённые в список, маловероятны или невозможны. Естественно, что уменьшение числа неисправностей при решении прак­ тической диагностической задачи уменьшает число параметров, подле­жащих измерению и, как следствие, уменьшает объемы проверяющей и особенно различающей совокупностей.

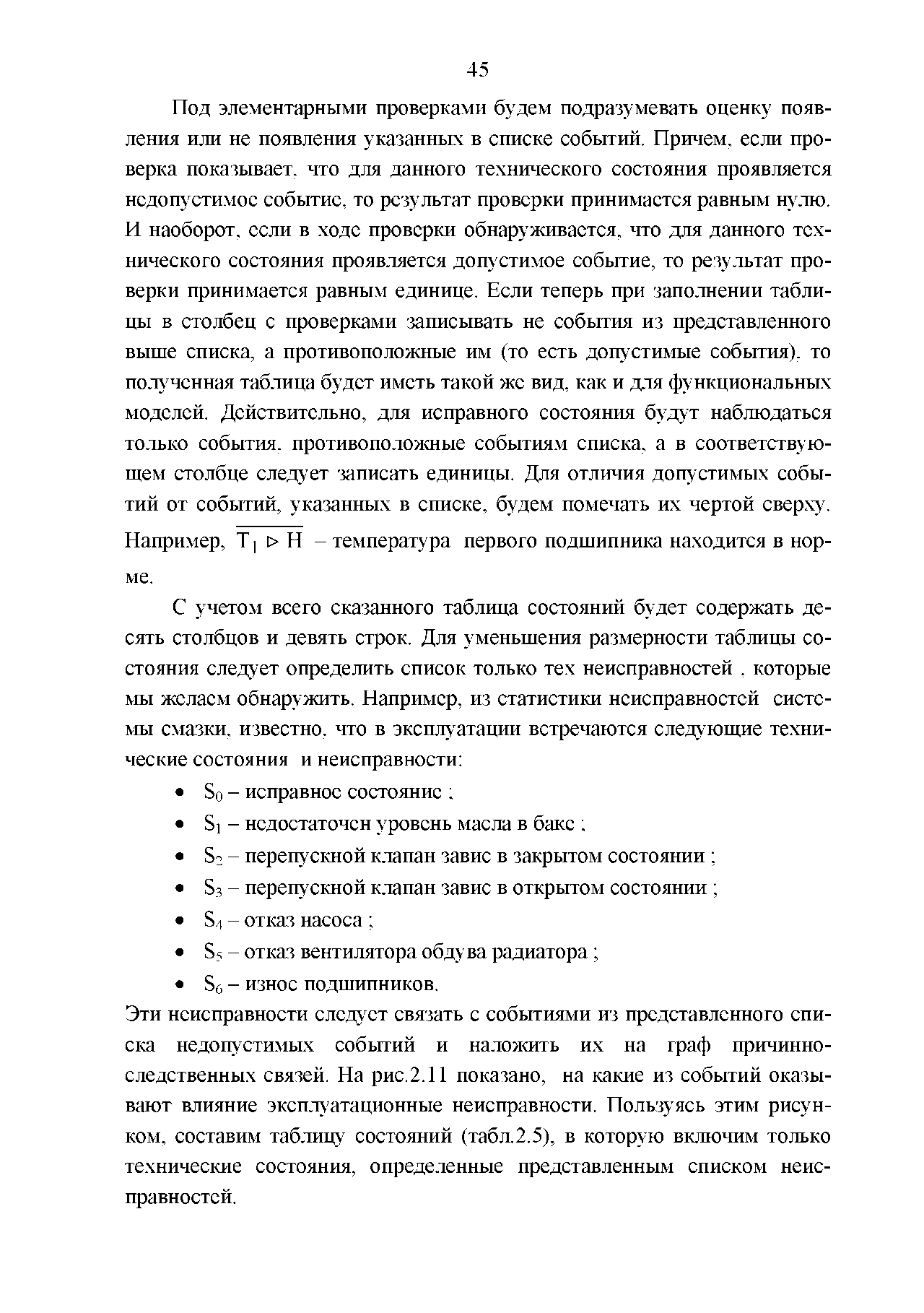
Вкачествепримера,иллюстрирующегоособенности применения графовдлязадачдиагностики,рассмотримпостроениетаблицысостояния сиспользованиемграфапричинно-следственныхсвязейдлясистемы смазки редуктора,схема которойизображена на рис.2.9.

Будем считать, что выходными параметрами, характеризующими техническоесостояниевсегоредуктора,являютсявеличинытемператур трехосновныхподшипниковредуктораТьТ2,Т3.Смазкаредуктора(в том числе и подшипников) осуществляется маслом, циркуляция которого обеспечиваетсяшестеренчатымнасосом,которыйимеетнагнетающую(НС)иоткачивающую(ОС)секцииисоздаетвнапорноймагистралидав­







45

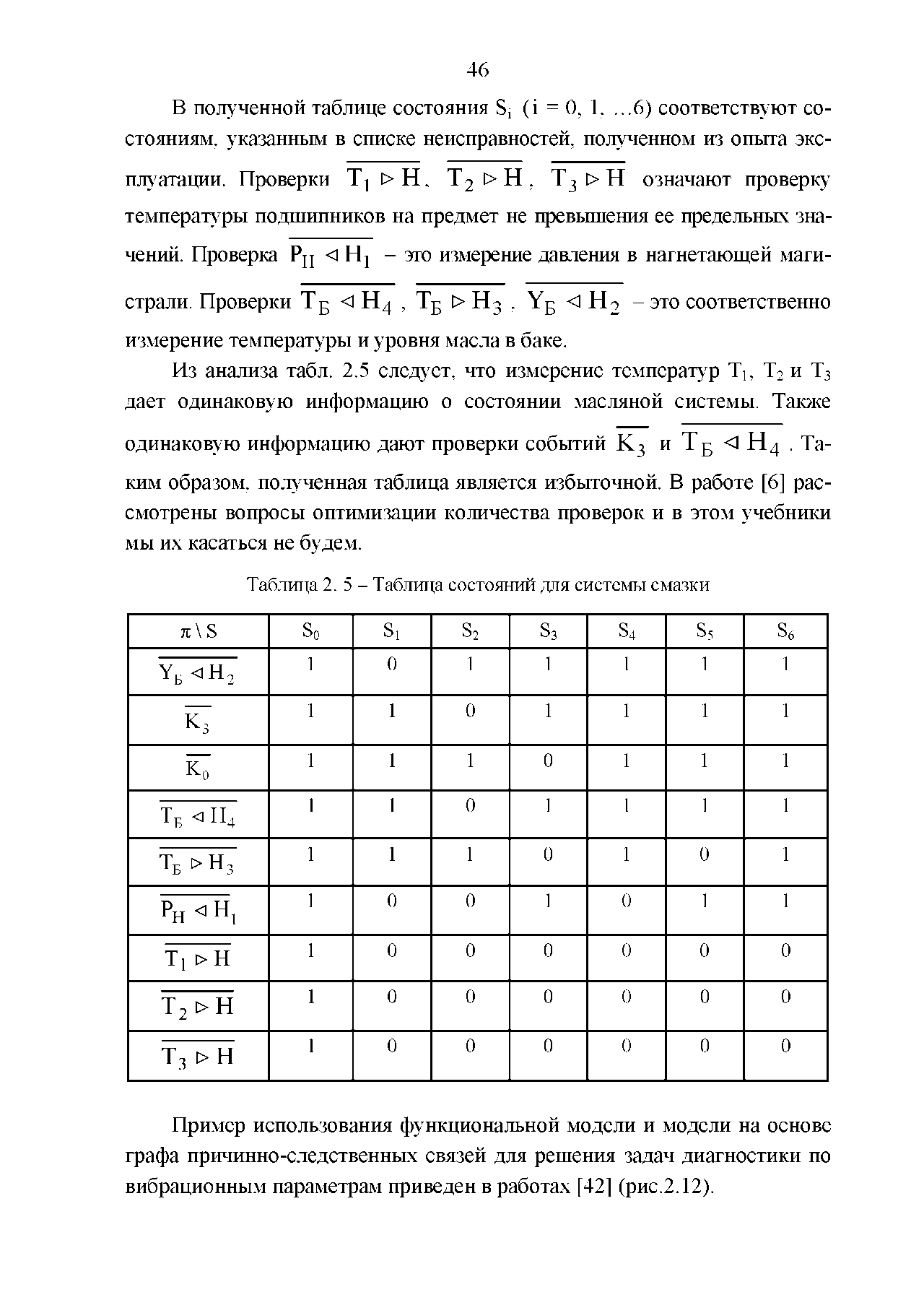
Под элементарными проверками будем подразумевать оценку появ­ ления или не появления указанных в спискесобытий.Причем,если про­ верка показывает, что для данного технического состояния проявляется недопустимоесобытие,торезультатпроверкипринимаетсяравнымнулю. И наоборот, если в ходе проверки обнаруживается, что для данного тех­ нического состояния проявляется допустимое событие, то результат про­ веркипринимаетсяравнымединице.Еслитеперьпризаполнениитабли­ цывстолбецспроверкамизаписыватьнесобытияизпредставленного выше списка, а противоположные им (то есть допустимые события), то полученная таблица будет иметь такой же вид, как и для функциональных моделей.Действительно, для исправного состояния будут наблюдатьсятолькособытия,противоположныесобытиямсписка,авсоответствую­ щемстолбцеследуетзаписатьединицы.Дляотличиядопустимыхсобы­ тийотсобытий,указанныхвсписке,будемпомечатьихчертойсверху.

Например,ТД>Н-температурапервогоподшипниканаходитсявнор­ ме.

Сучетомвсегосказанноготаблицасостоянийбудетсодержатьде­ сять столбцов и девять строк. Для уменьшения размерности таблицы со­ стоянияследуетопределитьсписоктолькотехнеисправностей,которые мыжелаемобнаружить.Например,изстатистикинеисправностейсисте­ мы смазки, известно, что в эксплуатации встречаются следующие техни­ ческие состоянияи неисправности:

* S0-исправноесостояние;
* Si-недостаточенуровеньмаславбаке;
* S2-перепускнойклапанзависвзакрытомсостоянии;
* S3-перепускнойклапанзависвоткрытомсостоянии;
* S4—отказнасоса;
* S5-отказвентилятораобдуварадиатора;
* Sg-износподшипников.

Этинеисправностиследуетсвязатьссобытиямиизпредставленногоспи­ сканедопустимыхсобытийиналожитьихнаграфпричинно- следственныхсвязей.Нарис.2.11показано,накакиеизсобытийоказы­ ваютвлияниеэксплуатационныенеисправности.Пользуясьэтимрисун­ ком, составим таблицу состояний (табл.2.5), в которую включим только технические состояния, определенные представленным списком неис­ правностей.

46

В полученной таблице состояния St (i=0,1, ...6) соответствуют со­ стояниям,указаннымвспискенеисправностей,полученномизопытаэкс­

плуатации.ПроверкиTj > Н ,Т2 > Н ,Т3 > Нозначаютпроверку температуры подшипников на предмет не превышения ее предельных зна­ чений.ПроверкаРн<lHj-этоизмерениедавлениявнагнетающеймаги­

страли.ПроверкиТБ<1Н4,Т|,>Н3,Yg<Н2-этосоответственно

измерениетемпературыиуровнямаславбаке.

Изанализатабл.2.5следует,чтоизмерениетемпературТьТ2 иТ3 даетодинаковуюинформациюосостояниимаслянойсистемы.Также

одинаковуюинформациюдаютпроверкисобытийК3иTg<1Н4.Та­

ким образом, полученная таблица является избыточной. В работе [6] рас­ смотренывопросыоптимизацииколичествапроверокивэтомучебники мы их касаться не будем.

Таблица2.5-Таблицасостоянийдлясистемысмазки

Л\S

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| So | Si | s2 | S3 | S4 | S5 | S6 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

УБ«Н2

#### к7

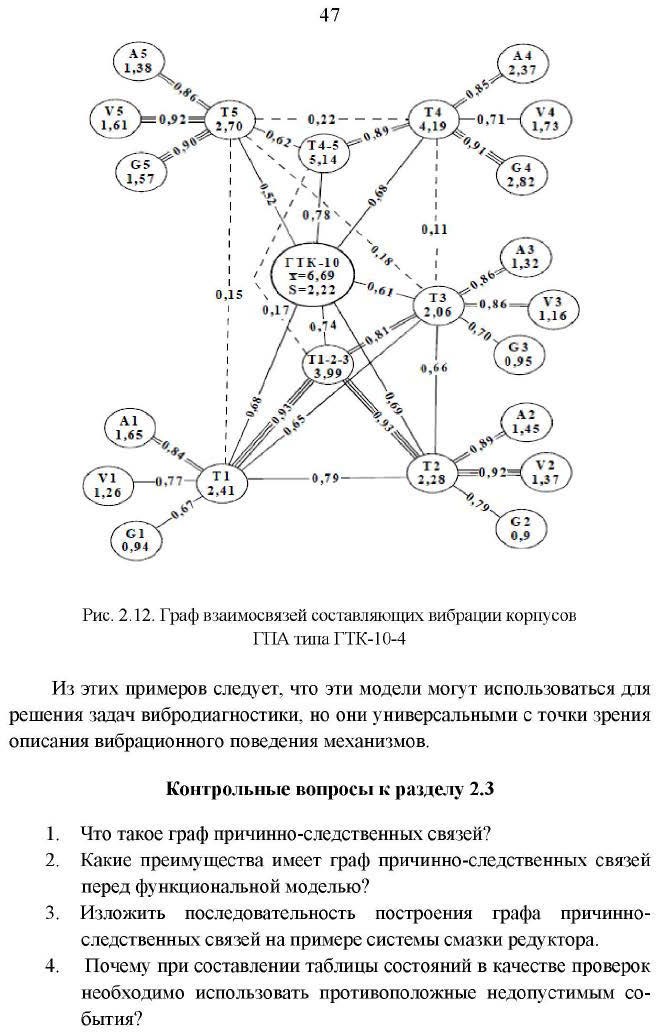
ТБ<Н4

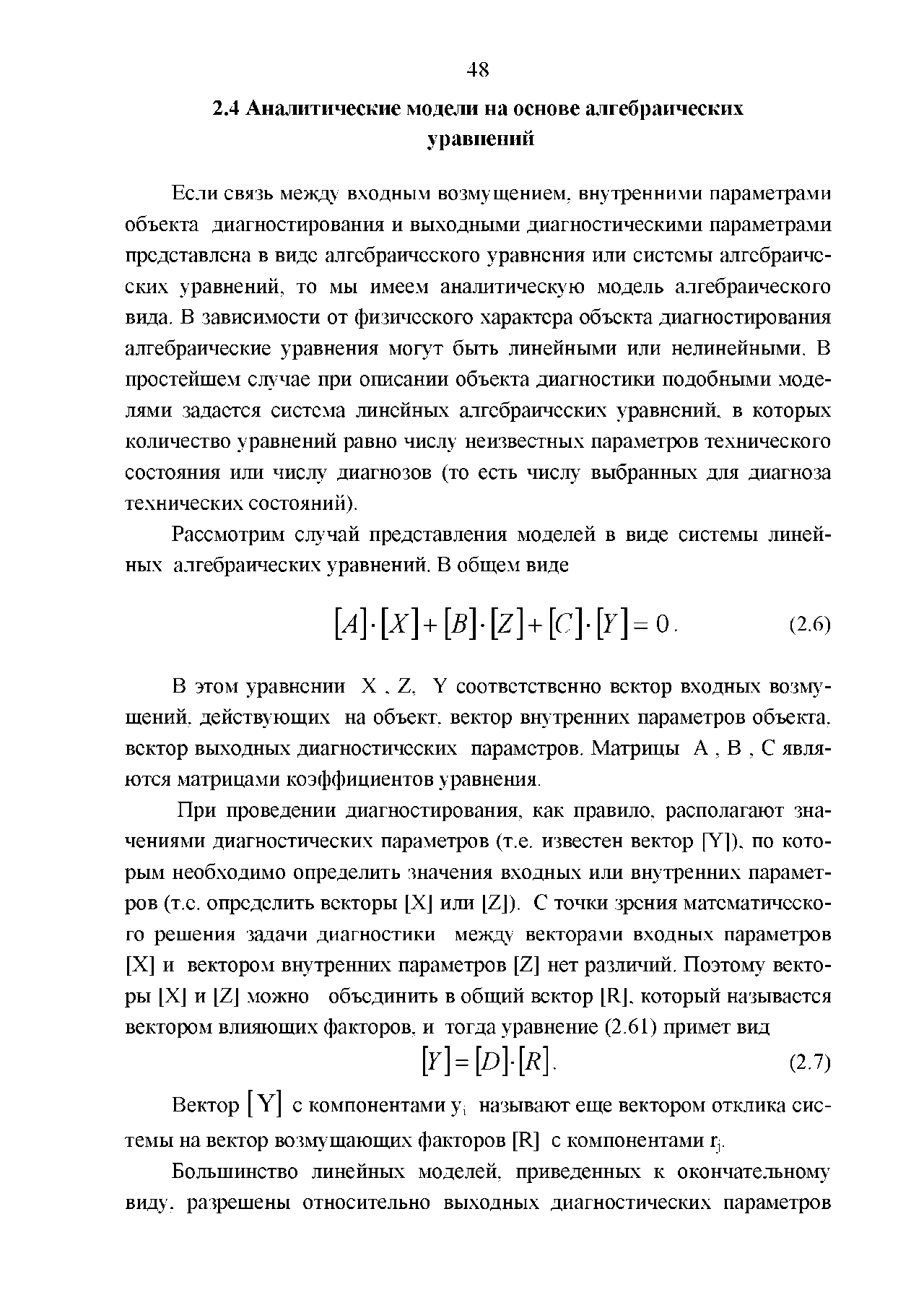
#### ТБ>н3

Рн<Н1

#### Tj >н т2>н т3>н

Пример использования функциональной модели и модели на основе графа причинно-следственных связей для решения задач диагностики по вибрационнымпараметрамприведен в работах[42](рис.2.12).



48

* 1. **Аналитические модели на основе алгебраических уравнений**

Если связь между входным возмущением, внутренними параметрами объектадиагностирования и выходными диагностическими параметрами представлена в виде алгебраического уравнения или системы алгебраиче­скихуравнений,томыимееманалитическуюмодельалгебраическоговида. В зависимости от физического характера объекта диагностирования алгебраические уравнения могут быть линейными или нелинейными. В простейшем случае при описании объекта диагностики подобными моде­лями задается система линейных алгебраических уравнений, в которых количество уравнений равно числу неизвестных параметров технического состояния или числу диагнозов (то есть числу выбранных для диагноза технических состояний).

Рассмотримслучайпредставлениямоделейввидесистемылиней­ ныхалгебраических уравнений.В общем виде

ММ+М-И+[с]-[г]=о. (2.6)

В этом уравненииX , Z,Y соответственно вектор входных возму­ щений, действующихна объект, вектор внутренних параметров объекта, вектор выходных диагностическихпараметров.МатрицыА, В, С явля­ ются матрицами коэффициентов уравнения.

При проведении диагностирования, как правило, располагают зна­ чениями диагностическихпараметров(т.е.известенвектор[Y]),покото­ рымнеобходимоопределитьзначениявходныхиливнутреннихпарамет­ ров(т.е.определитьвекторы[X]или[Z]).С точкизренияматематическо­ горешениязадачидиагностикимеждувекторамивходныхпараметров

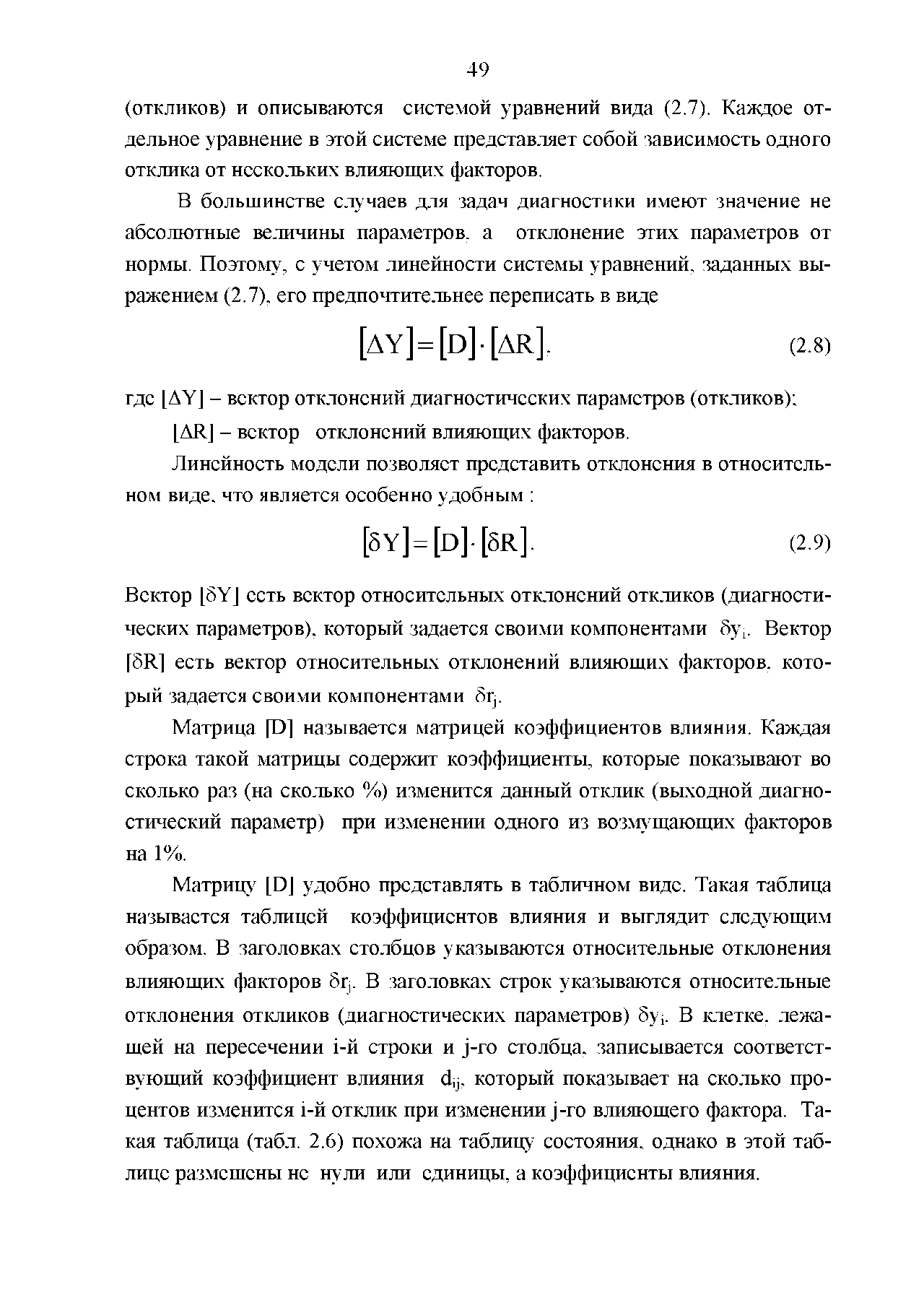
[X]ивекторомвнутреннихпараметров[Z]нет различий.Поэтомувекто­ ры [X] и [Z] можнообъединить в общий вектор [R], который называется векторомвлияющихфакторов,итогда уравнение(2.61)приметвид

### И=М-М- (2-7)

Вектор[Y]скомпонентами уназывают еще вектором отклика сис­ темы на векторвозмущающихфакторов[R]с компонентамиг,.

Большинстволинейныхмоделей,приведенныхкокончательному

виду,разрешеныотносительновыходныхдиагностическихпараметров

49

(откликов) и описываютсясистемой уравнений вида (2.7). Кащдое от­дельное уравнение в этой системе представляет собой зависимость одного отклика от нескольких влияющих факторов.

В большинстве случаев для задач диагностики имеют значение не абсолютныевеличиныпараметров,аотклонениеэтихпараметровот нормы. Поэтому, с учетом линейности системы уравнений, заданных вы­ ражением(2.7),егопредпочтительнеепереписать в виде

[AY]=[D]-[Ar], (2.8)

где[AY] -вектор отклонений диагностических параметров (откликов); [AR] -векторотклонений влияющих факторов.

Линейностьмоделипозволяетпредставитьотклонениявотноситель­

номвиде,чтоявляетсяособенноудобным:

[5Y]=[d][5R]. (2.9)

Вектор [5Y] есть вектор относительных отклонений откликов (диагности­ ческих параметров),который задается своими компонентамибу^Вектор[5R]естьвекторотносительныхотклоненийвлияющихфакторов,кото­ рый задается своими компонентами5гг

Матрица[D]называетсяматрицейкоэффициентоввлияния.Каждая

строка такой матрицы содержит коэффициенты, которые показывают во сколько раз (на сколько %) изменится данный отклик (выходной диагно­ стическийпараметр)приизмененииодногоизвозмущающихфакторовна 1%.

Матрицу[D]удобнопредставлятьвтабличном виде.Такаятаблица называетсятаблицейкоэффициентоввлиянияивыглядитследующимобразом.Взаголовкахстолбцовуказываютсяотносительныеотклонения влияющихфакторов8rj.Взаголовкахстрокуказываютсяотносительные отклоненияоткликов(диагностическихпараметров)бу^Вклетке,лежа­ щейнапересеченииi-йстрокииj-roстолбца,записываетсясоответст­ вующийкоэффициентвлиянияdu.которыйпоказываетнасколькопро­ центовизменитсяi-йоткликприизменении j-roвлияющегофактора.Та­ каятаблица(табл.2.6)похожанатаблицусостояния,однаковэтойтаб­ лицеразмешеныненулиилиединицы,акоэффициентывлияния.

50

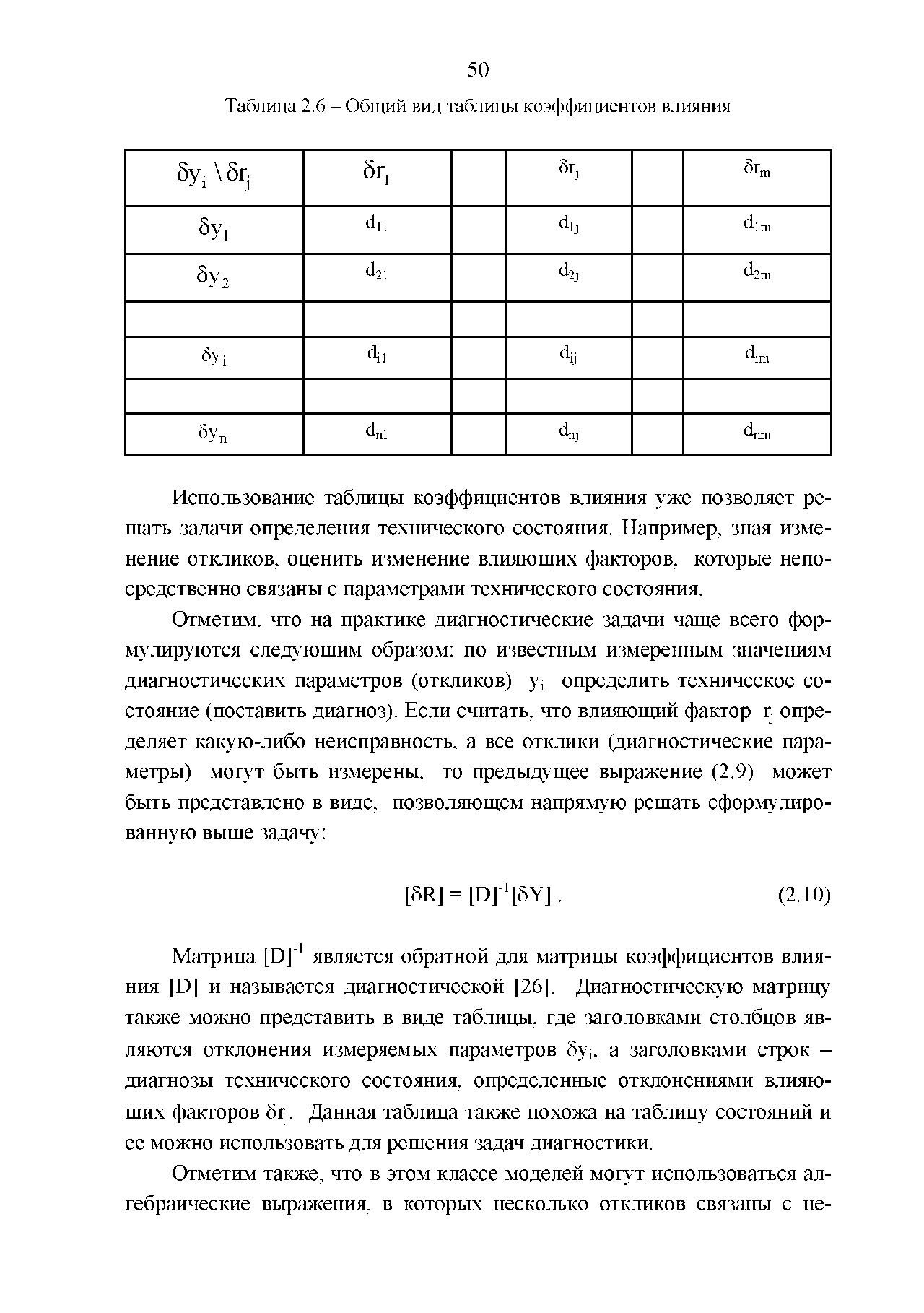
Таблица2.6-Общийвидтаблицыкоэффициентоввлияния

5у,\5г. 8ri Srm

5У1 d„ dij di m

Зу2

d2i d2j d2m



Syi 4i dim

8yn dni dnj dnm

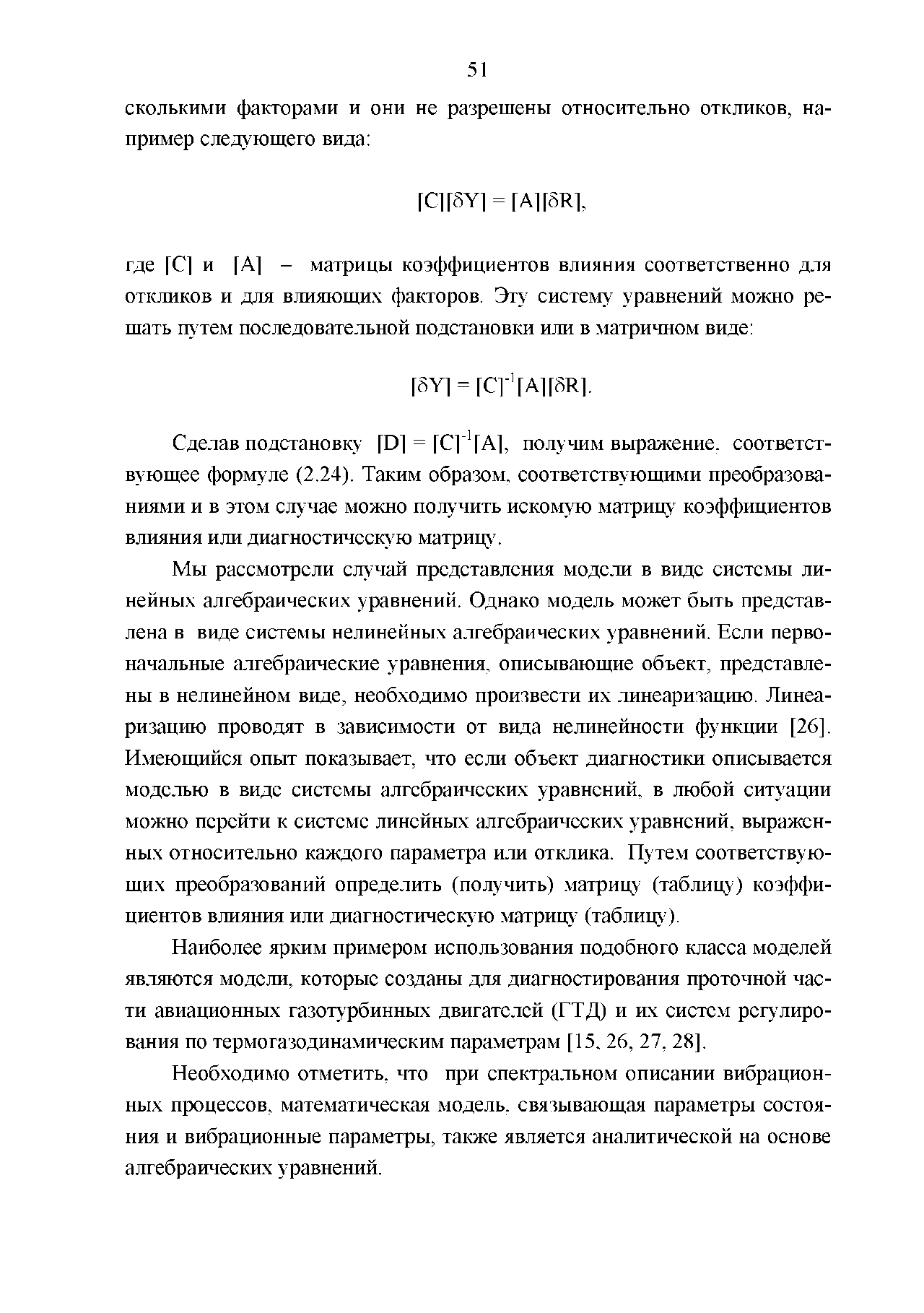
Использованиетаблицыкоэффициентоввлияния ужепозволяет ре­ шать задачи определения технического состояния. Например, зная изме­нение откликов, оценить изменение влияющих факторов,которые непо­ средственносвязаныспараметрами техническогосостояния.

Отметим, что на практике диагностические задачи чаще всего фор­ мулируются следующим образом: по известным измеренным значениям диагностических параметров (откликов)yt определить техническое со­ стояние (поставить диагноз). Если считать, что влияющий фактор*г}*опре­ деляет какую-либо неисправность, а все отклики (диагностические пара­ метры)могутбытьизмерены,топредыдущеевыражение(2.9)может быть представлено в виде,позволяющем напрямую решать сформулиро­ ванную выше задачу:

[5R]=[D]\_1[5Y]. (2.10)

Матрица[D]"1 являетсяобратной дляматрицыкоэффициентоввлия­ ния[D]иназывается диагностической[26].Диагностическуюматрицу также можно представить в виде таблицы, где заголовками столбцов яв­ ляются отклонения измеряемых параметров 5уъ а заголовками строк - диагнозытехническогосостояния,определенныеотклонениямивлияю­щихфакторов5ггДаннаятаблицатакжепохожанатаблицусостоянийи ееможноиспользовать для решениязадач диагностики.

Отметим также, что в этом классе моделей могут использоваться ал­ гебраическиевыражения,вкоторыхнесколькооткликовсвязанысне­

51

сколькимифакторамиионинеразрешеныотносительнооткликов,на­ пример следующего вида:

[С][5Y]=[A][8R],

где [С] и[А]-матрицы коэффициентов влияния соответственно для откликовидлявлияющихфакторов.Этусистемууравненийможноре­ шатьпутемпоследовательнойподстановкииливматричномвиде:

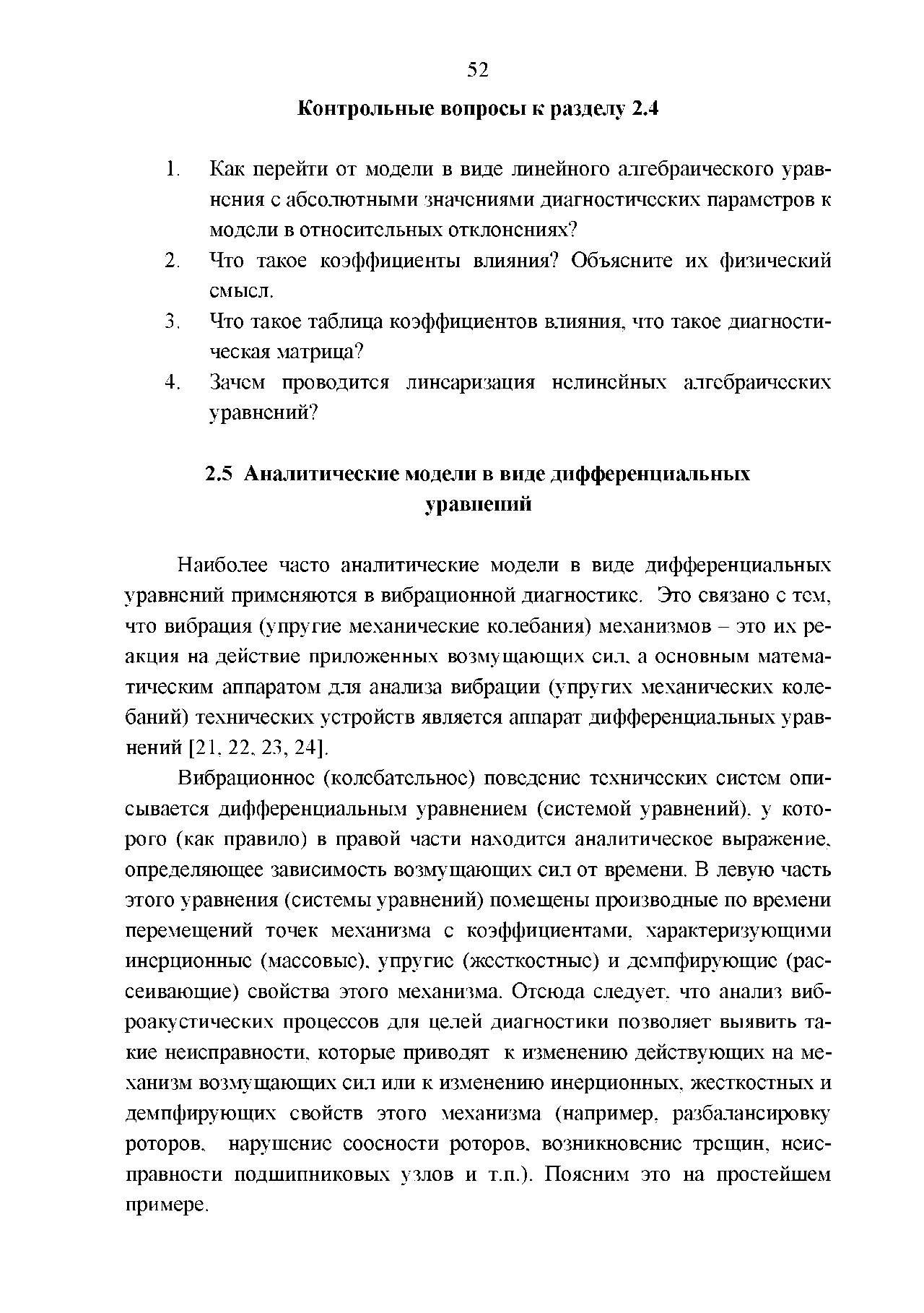
[5Y]=[С]"1[A][5R].

Сделав подстановку[D] = [С]"1[А], получим выражение,соответст­ вующее формуле (2.24). Таким образом, соответствующими преобразова­ ниями и в этом случае можно получить искомую матрицу коэффициентов влияния или диагностическую матрицу.

Мы рассмотрели случай представления модели в виде системы ли­ нейных алгебраических уравнений.Однако модель может быть представ­лена ввиде системы нелинейных алгебраических уравнений. Если перво­ начальныеалгебраическиеуравнения,описывающиеобъект,представле­ны в нелинейном виде, необходимо произвести их линеаризацию. Линеа­ ризацию проводят в зависимости от вида нелинейности функции [26]. Имеющийся опыт показывает, что если объект диагностики описывается модельюв видесистемы алгебраических уравнений,в любой ситуации можноперейти к системе линейных алгебраических уравнений,выражен­ ных относительнокаждогопараметра или отклика.Путем соответствую­ щих преобразований определить (получить) матрицу (таблицу) коэффи­ циентов влияния или диагностическуюматрицу(таблицу).

Наиболее ярким примером использования подобного класса моделей являютсямодели,которыесозданыдлядиагностированияпроточнойчас­ ти авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) и их систем регулиро­ванияпо термогазодинамическимпараметрам[15,26,27,28].

Необходимоотметить,чтоприспектральномописаниивибрацион­ ныхпроцессов,математическаямодель,связывающаяпараметрысостоя­ ния и вибрационные параметры, также является аналитической на основе алгебраических уравнений.

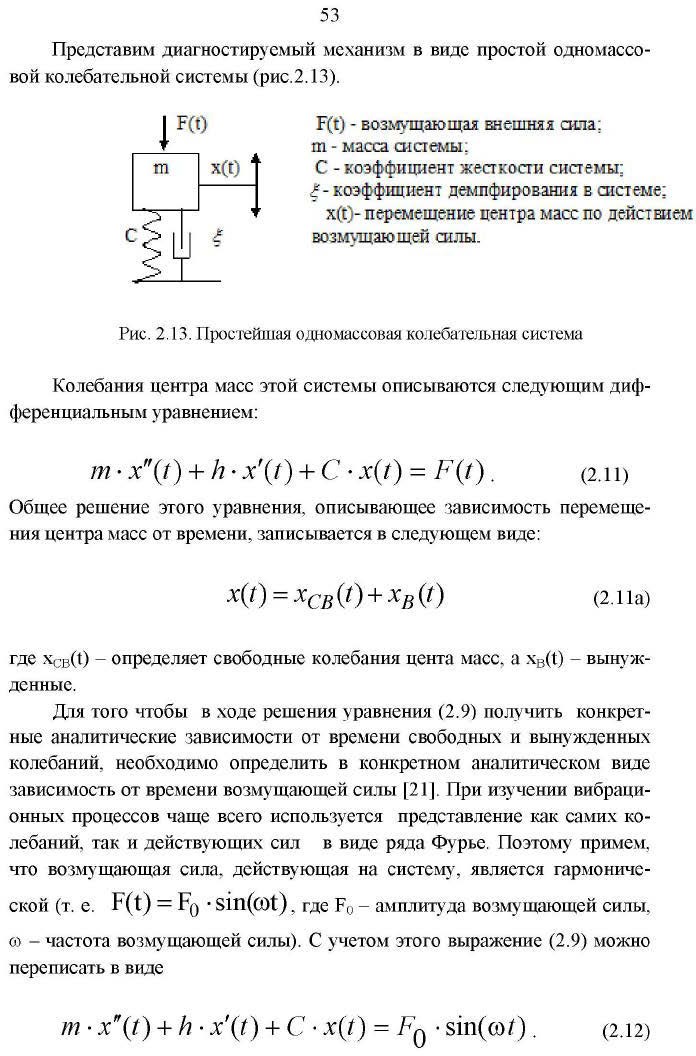
52

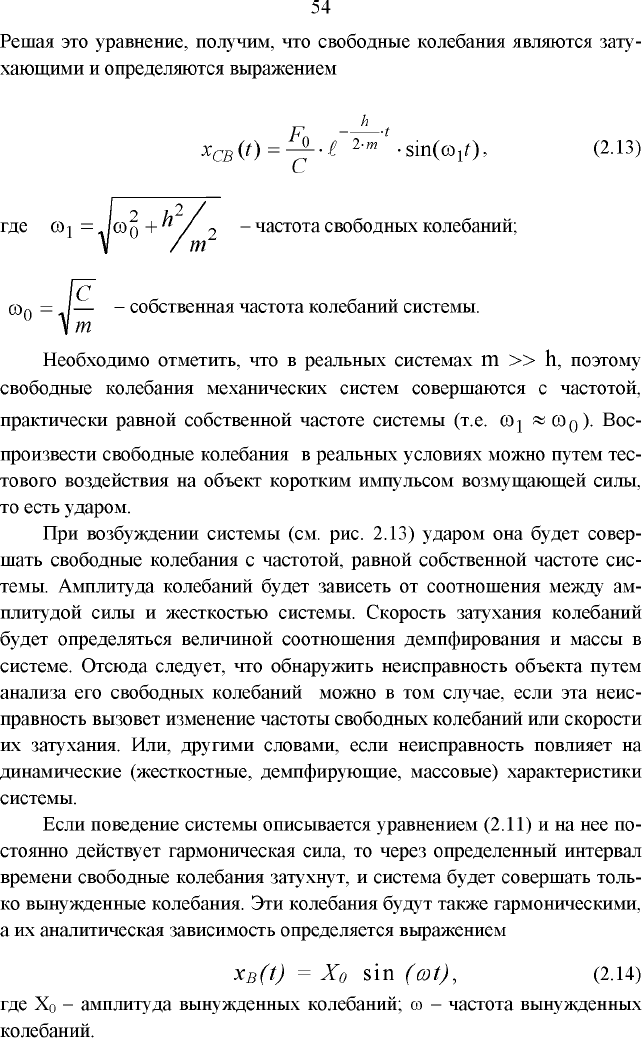
**Контрольныевопросыкразделу2.4**

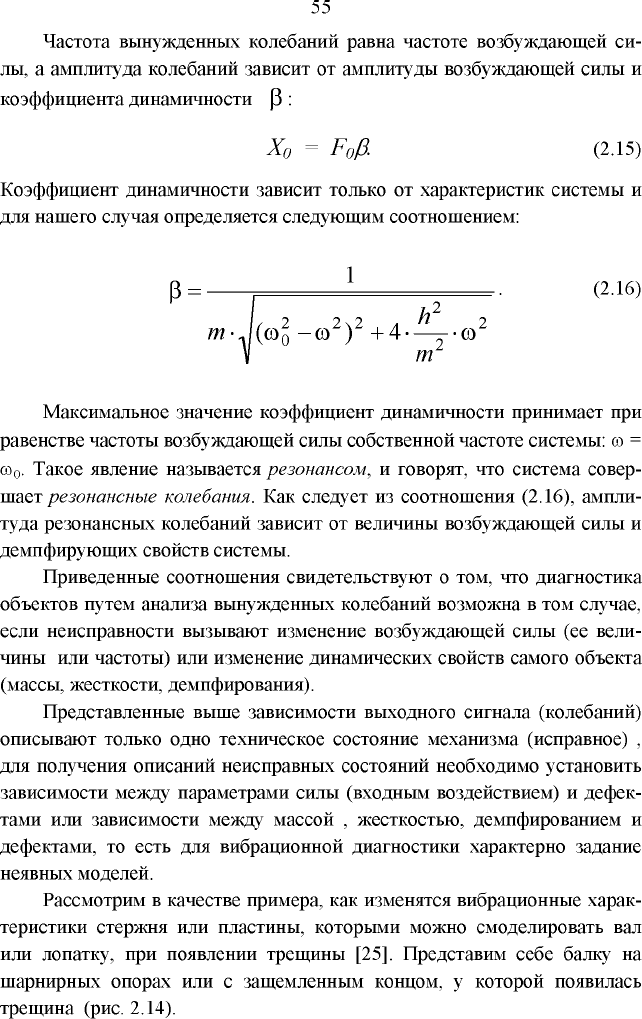
1. Как перейти от модели в виде линейного алгебраического урав­ нения с абсолютными значениями диагностических параметров к модели в относительных отклонениях?
2. Что такое коэффициенты влияния? Объясните их физическийсмысл.
3. Что такое таблица коэффициентов влияния, что такое диагности­ ческая матрица?
4. Зачем проводится линеаризация нелинейных алгебраических уравнений?
   1. **Аналитические модели в виде дифференциальных уравнений**

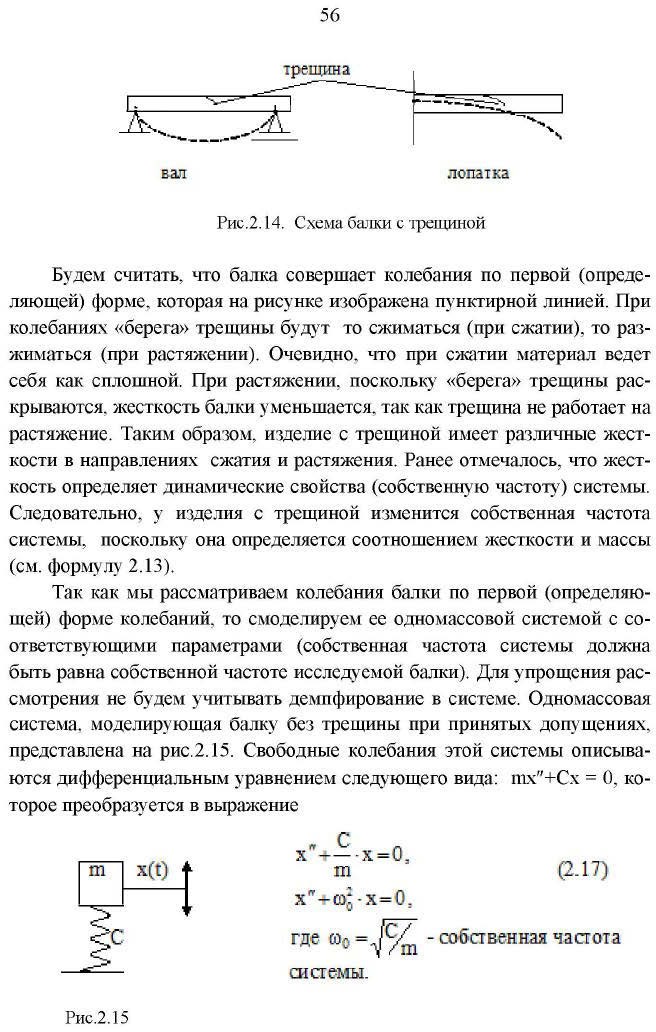
Наиболее часто аналитические модели в виде дифференциальных уравненийприменяютсяввибрационной диагностике.Эгосвязанос тем, что вибрация (упругие механические колебания) механизмов -это их ре­ акция на действие приложенных возмущающих сил, а основным матема­ тическим аппаратом для анализа вибрации (упругих механических коле­ баний) технических устройств является аппарат дифференциальных урав­ нений [21, 22, 23, 24].

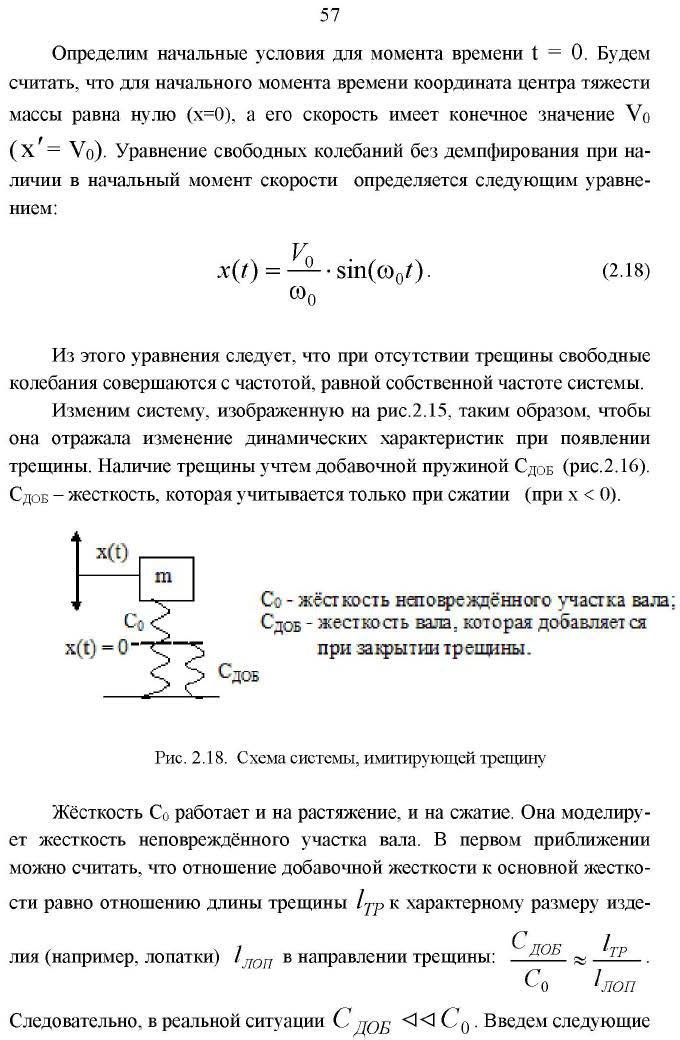
Вибрационное (колебательное) поведение технических систем опи­ сываетсядифференциальнымуравнением(системойуравнений),укото­ рого (как правило) в правой части находится аналитическое выражение, определяющее зависимость возмущающих сил от времени. В левую часть этого уравнения (системы уравнений) помещены производные по времени перемещений точек механизма с коэффициентами, характеризующими инерционные (массовые), упругие (жесткостные) и демпфирующие (рас­ сеивающие) свойства этого механизма. Отсюда следует, что анализ виб- роакустическихпроцессовдляцелейдиагностикипозволяетвыявитьта­ кие неисправности, которые приводятк изменению действующих на ме­ ханизм возмущающих сил или к изменению инерционных, жесткостных и демпфирующих свойств этого механизма (например, разбалансировку роторов,нарушение соосности роторов, возникновение трещин, неис­ правности подшипниковых узлов и т.п.). Поясним это на простейшемпримере.











58

обозначения*&осн=*EZ;ш*ДОБ=КШ-*;С=С0+*СД0Б;*

V*т \ т*

со=*—■*ВсилуСдоб<<С0имеемco«coOCH.

**V/и**

С учетом принятых обозначений идопущений свободные колебания системы, изображенной на рис.2.16, будут описываться следующими уравнениями

К +С0о с я-х=0п р и х > 0 ; (219) х"+со2 -х=0п р и х < 0 .

Призаданииначальныхусловий1=0;*х=*0;*х'*=*Yf)*можнопо­

лучитьрешениеэтихуравнений.РешениебудетпериодическойфункциейспериодомТи*п/а.*Времябудетизменятьсявинтервалеот-*п/адо п/аосн.*Решение дифференциальных уравнений (2.19) в указанном вре­ менном интервале будет иметь следующий вид:

*x{t)*=---------Sin*{(Oqch*'*Ч* при 0<*t<■*

***тосн тосн***

*x(t)=—■*sin*(со■t*) при -—<*t*<0.

*со со*

(2.20)

Функция, заданная уравнениями (2.20), несимметрична относительно начала координат.Справа и слева от начала координат несколько отлича­ ютсяамплитудыи частоты колебаний.Применимкфункции *x(t)*разложе­ ние в ряд Фурье, что позволит представить ее в виде суммы отдельных гармонических составляющих:

где COq

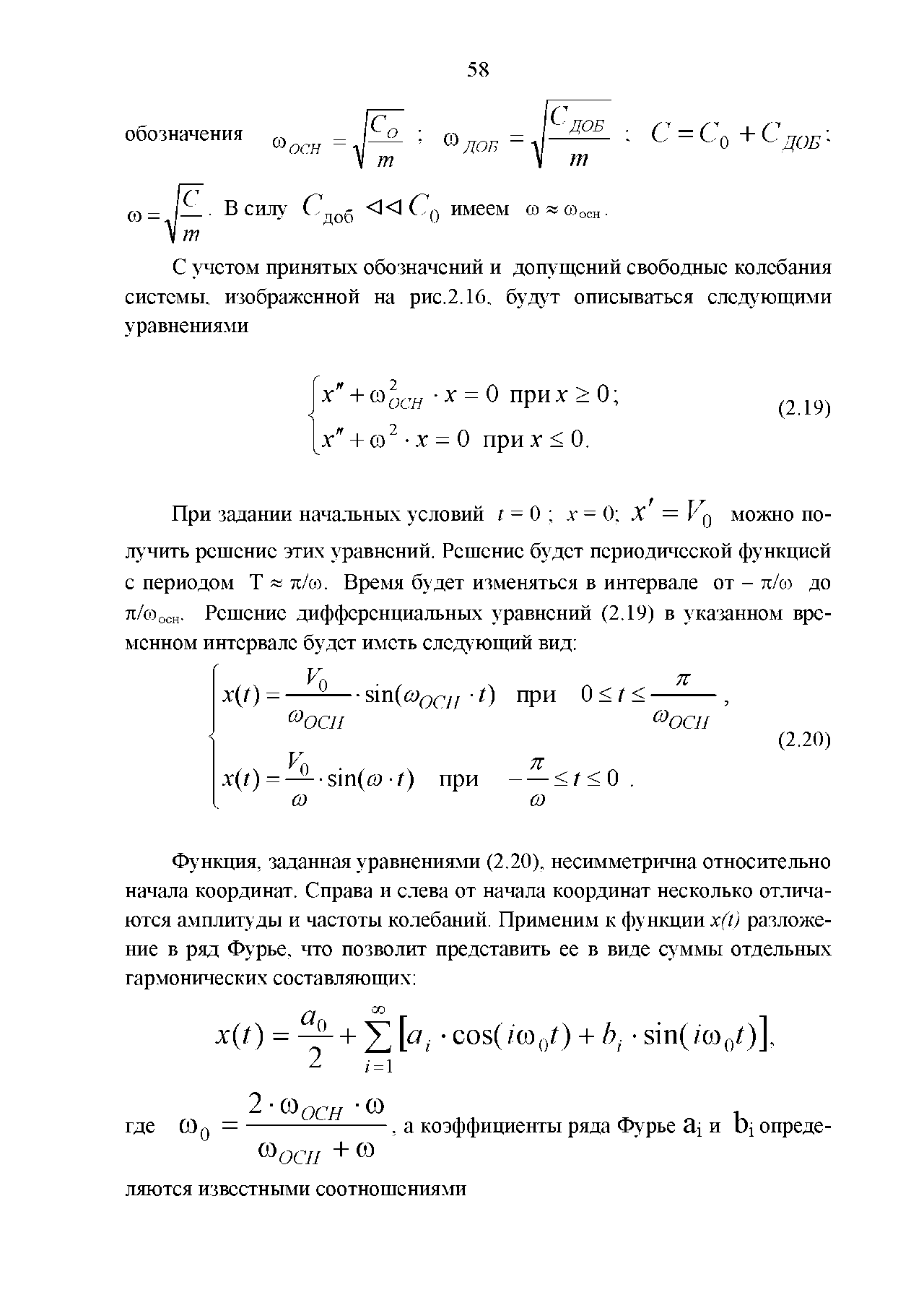
***x(t)=—+***^ ***\at■cos(icd0t)+bt***•sin(/co0?)],

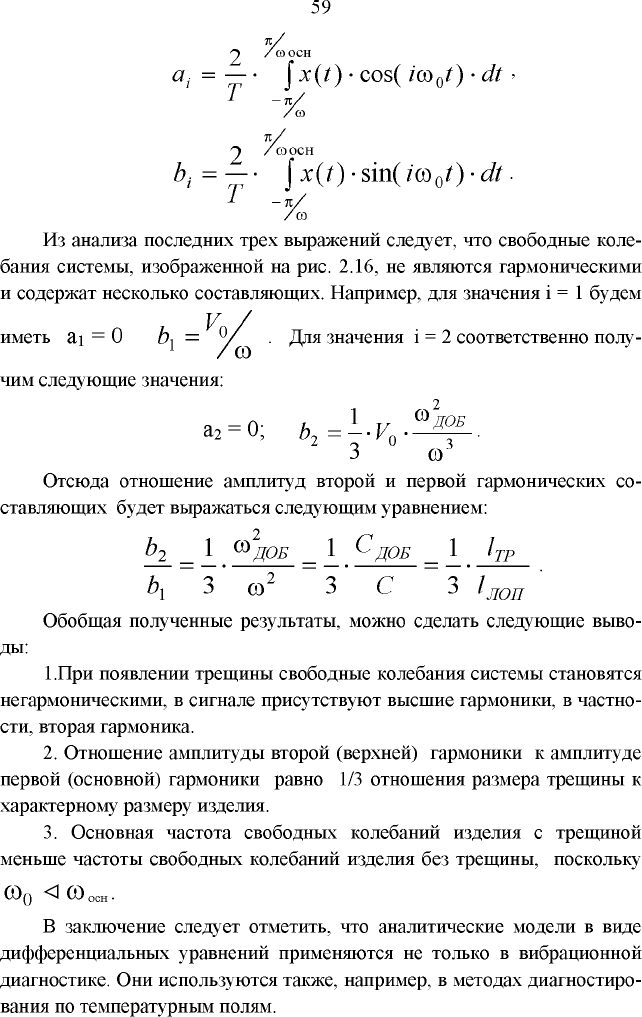
2 *i*=i

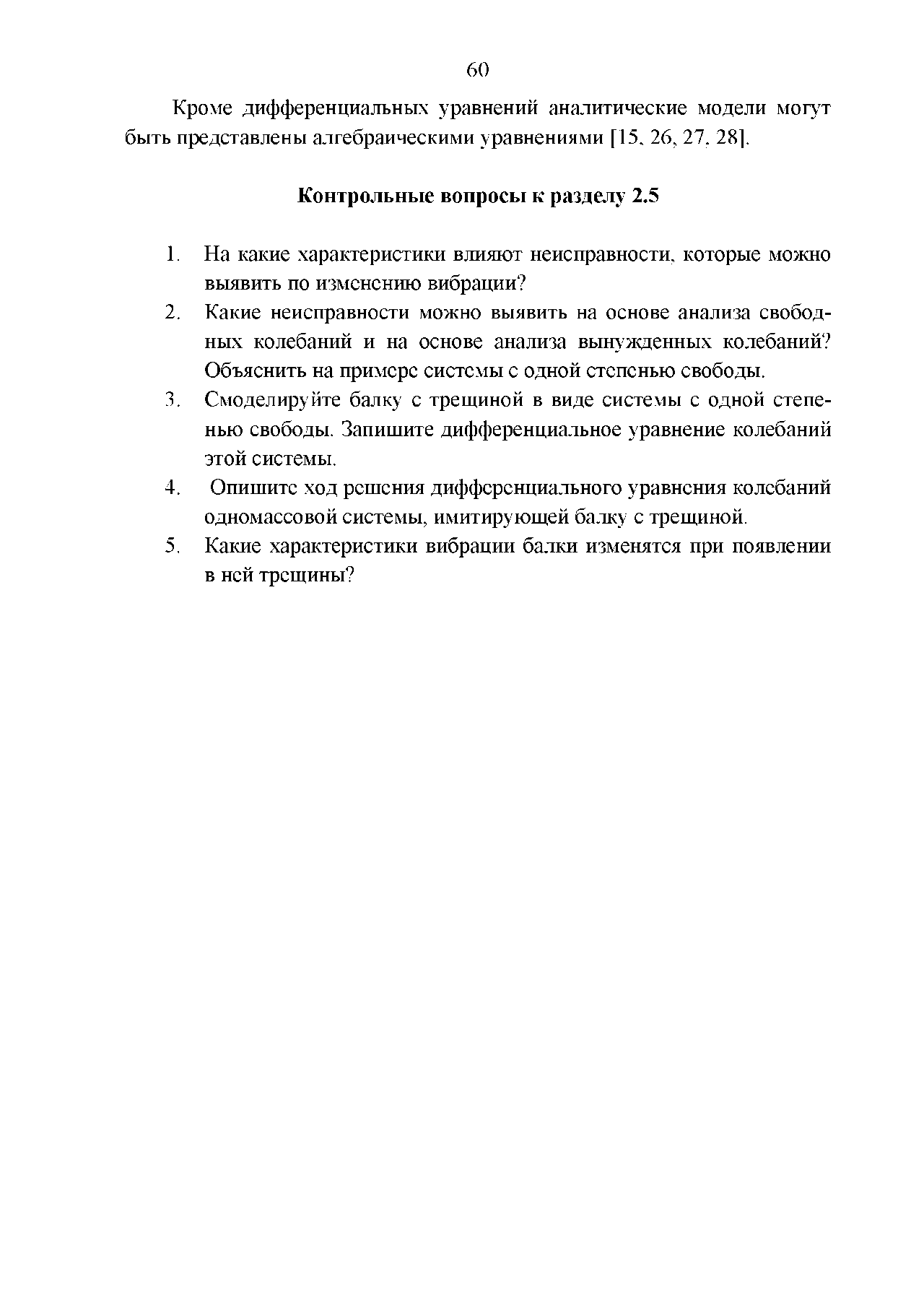
2'®ося’® u

=---------------------,акоэффициентырядаФурьеВ,иDiопреде-

***®осн***+ю

ляютсяизвестнымисоотношениями



60

Кромедифференциальныхуравненийаналитическиемоделимогутбытьпредставленыалгебраическими уравнениями[15,26,27,28].

**Контрольныевопросыкразделу2.5**

1. На какие характеристики влияют неисправности, которые можно выявить по изменению вибрации?
2. Какиенеисправностиможновыявитьнаосновеанализасвобод­ ных колебаний и на основе анализа вынужденных колебаний? Объяснитьна примересистемы с однойстепеньюсвободы.
3. Смоделируйтебалкустрещинойввидесистемысоднойстепе­ нью свободы. Запишите дифференциальное уравнение колебаний этой системы.
4. Опишите ход решения дифференциального уравнения колебаний одномассовой системы,имитирующейбалкус трещиной.
5. Какиехарактеристикивибрациибалкиизменятсяприпоявлениив ней трещин